NEMLINEÁRIS HÁLÓZATOK ÉS RENDSZEREK KVALITATIV ELMÉLETE:

realizálhatóság, a modellezés korlátai, analizis

DOKTORI ÉRTEKEZÉS

Irta: Roska Tamás,
a müszaki tudományok kandidátusa

Budapest, 1980

TARTALOMJEGYZÉK

Oldal

JELÖLÉSEK ÉS FONTOSABB FOGALMAK

Jelölések

$\forall$ minden

$\exists$ létezik

$\underset{\sim}{x} \in R^n$ $\underset{\sim}{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = [x_1, \dots x_n]^T$

$\langle \underset{\sim}{x} , \underset{\sim}{y} \rangle = \underset{\sim}{x}^T \underset{\sim}{y}$ skalárszorzat

$\langle \cdot , \cdot ; t \rangle$ skalárszorzat t definiciós intervalummal

$\underset{\sim}{a} > \underset{\sim}{b}$ $a_i > b_i$ $\forall_i$

$A > 0$ /mátrixon értelmezve/ A_{ij} /mátrix elemek/ $> 0, \forall_{i,j}$

$\|\cdot\|$ norma, $\|\cdot ; t\|$ norma t definiciós intervallummal

$A \in L(R^n, R^m)$ nxm-es valós mátrixok

$R_+ \left(R_+^1\right)$, R_+^n a pozitiv valós számok, ill. a pozitiv valós komponensü n-dimenziós vektorok

$$\mathrm{diag}\left\{\alpha_i\right\} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \alpha_2 & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha_n \end{bmatrix}$$

TH: topológiai hipotézis

ATH: alapvető topológiai hipotézis

$\triangleq$ vagy: $=$ definició szerint, ill. ha kihangsulyozzuk azt, hogy explicit kifejezéssel definiálunk

$\underset{\sim}{y} = (\underset{\sim}{g}, \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{u}, t)$; $\underset{\sim}{g}: R^n x R^r x R^1_+ \to R^m$ $\underset{\sim}{x} \in R^n$, $\underset{\sim}{u} \in R^n$, $\underset{\sim}{y} \in R^n_,$ $t \in R^1_+$

C^k k-adik deriváltig /k-adik is/ folytonos függvények

$\underset{\sim}{f}_x(x) \triangleq \dfrac{\partial \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}$

FONTOSABB FOGALMAK /oldalszám, ahol a definició megtalálható/

Ábrák helye

Fontosabb állitások helye

1 BEVEZETÉS

Elektronikus és erősáramu áramkörök és rendszerek, szabályozó rendszerek, fizikai és egyéb rendszerek megismerésében, vizsgálatában és tervezésében alapvető szerepe van a vizsgált objektum modellezésének és analizisének /szimulációjának/.

A hálózatok és rendszerek elméletének alapjai témakörében az elmult évtizedben jelentős eredmények születtek, melyek közül a jelen dolgozat szempontjából legfontosabbakat alapreferenciáknak tekintjük [1,2,3,4] és e szakasz végén adjuk meg. Ezen eredmények egyben a nemlineáris hálózatok és rendszerek sok tekintetben egységes tárgyalások alapját is jelentik. [Csurgay Á. 1975., [1] -ben] alapvető eredményei szerint a modellezés és analizis helyét az alábbiakban adjuk meg:

Objektum leirása: N_O

$N_O \left(C_N, i_N\right)$

$i_N \longrightarrow$ Ni: összekapcsolás modellje
$C_N \longrightarrow$ /u_c: elemek modellje
$\rightarrow$ $\mathcal{N}$ hálózati v. rendszer modell $\rightarrow$ $\mathcal{R}$ reprezentáció, kanonikus egyenletek $\xrightarrow{\text{analizis algoritmus}}$ I/O

$\longleftarrow \Omega_{MOD} \longrightarrow$ $\longleftarrow \Omega_{SIM} \longrightarrow$

1-1. ábra

Az objektumot /áramkör, rendszer/ részegységeivel $\left(C_N\right)$ és azok összekapcsolásával $\left(i_N\right)$ adjuk meg, ez az objektum /áramkör vagy rendszer/ leirása $\left(N_O\right)$.

Modellezzük a valóságos részegységeket, elemeket $(/u_c)$ és az összekapcsolást (Ni) , igy kapjuk a vizsgált objektum hálózati vagy rendszermodelljét $(\mathcal{N})$. A $/u_c$ modellek összekapcsolás invariánsak. Az $N_o \rightarrow (/u_c, Ni)$ operátor a modellezés fázisa. A hálózati vagy rendszermodellt kanonikus egyenletekkel, és a gerjesztés /input/ és felelet /output/ azaz a jelek modelljeivel reprezentáljuk, kiválasztjuk a modellt jellemző állapotváltozókat. A kanonikus egyenletek osztályai és a jelek osztályai (φ) végesek, ez az oka a modellezés és analizis eredményei széleskörü, átfogó alkalmazhatóságának. A kanonikus egyenletek és jelek főbb osztályai a következők /Csurgay Á., 1977, [1] -ben/:

- algebrai egyenletek (A) ; φ_i : valós vagy komplex változók
- közönséges és eltolt differenciál /differencia/ egyenletek (D);
  φ_i: általában folytonos /diszkrét/ időfüggvények.
- parciális és funkcionál tipusu differenciálegyenletek (P) ;
  φ_i: általában folytonos idő és hely függvények, illetve általánositott függvények
- logikai egyenletek (L) ; φ_i: logikai időfüggvények.

A kanonikus egyenletek operátoros formában /input-output/ is megadhatók az egyes egyenletosztályokra.

A következőkben elsősorban az A és D tipusu leirással jellemzett rendszerekkel foglalkozunk.

De a kanonikus egyenletek sem általános alakuak, hanem az összekapcsolási módtól és az épitőelem modellektől függően erősen strukturáltak, jól definiált tipusuak.

Az analizis /szimulációs/ algoritmusokkal a kanonikus egyenletek megoldhatók és a gerjesztő jelek hatására fellépő kimenő jelek meghatározhatók $([I/O]$ ill. tervezésnél a specifikált $[I/O]$ azaz $[I/O]_{SPEC})$.

A megoldás érdekelhet bennünket kvantitative /numerikusan/ és kvalitative. A kvalitativ tulajdonságok /realizálhatóság, stabilitás, egyértelmüség stb./ a kvantitativ vizsgálat, azaz a numerikus számitás nélkül is eldönthetők, sok esetben a számitásra nincs is szükség, másrészt a számitások megbizható elvégzésének előfeltételét jelentik egyes kvalitativ tulajdonságok.

A kvalitativ tulajdonságok eldöntését régebben elsősorban heurisztikus módon végezték /néhány egyszerü feltételre támaszkodva/. Ezt az tette lehetővé, hogy

/i/ az épitőelemek modelljei egyszerüek voltak,

/ii/ az összekapcsolások is egyszerüek voltak /és a belső pontok jól mérhetők/ és

/iii/ a vizsgált hálózatok és rendszerek mérete kicsi volt.

Ennek megfelelően a kvalitativ vizsgálatban is szétválasztották a modellezést és az analizist /a modellek pontosságáról most nem beszélünk/.

A számitógépek alkalmazása /a számithatóság uj dimenziói/, a részegységek bonyolultságának és a rendszerek méretének növekedése azt eredményezték, hogy ma

/i/ az épitőelemek modelljeinek gazdag választéka a jellemző,

/ii/ a kapcsolatok sokszorosak és bonyolultak /gazdasági, rendszertechnikai stb./, a belső pontok nem jól mérhetők /pl.LSI áramkör/ és

/iii/ nagyméretü /large scale/ rendszereket kell /és lehet/ vizsgálni.

Ezen vizsgálatokhoz szükséges matematikai eredmények általában rendelkezésre álltak.

Az uj helyzetre jellemző, hogy a modellezést és az analizist a kvalitativ elmélet és vizsgálatok összekapcsolják és a kvalitativ elmélet heurisztikus eszközökkel nem pótolható. Sőt a valóságos objektumon végzett mérések is sokszor hiányoznak /pl. LSI áramkörök belsejében/.

A kvalitativ elmélet felvetette azt a kérdést is, hogy a gyakorlatban fontos épitőelemek esetén mi az a legszükebb karakterisztika osztály, amellyel az épitőelemek a kvalitative helyes eredmények biztositása mellett - még modellezhetők, azaz mik a modellezés korlátai. Nem igaz t.i. az az állitás, hogy kvalitative helyes modellek összekapcsolása kvalitative helyes hálózatot eredményez.

A kvalitativ elmélet alkalmazásai, mint emlitettük, átfogják az elektronikától a gazdasági és biológiai rendszerig szinte a hálózatok és rendszerek teljes skáláját. A dolgozathoz kapcsolódó fontosabb területeket és jellemzőit a túloldali táblázatban foglaltuk össze.

Az elektronikai tervező-gyártó-ellenőrző /TGE/ rendszerek területén megadtunk néhány jellegzetes programot. A ∗-al jelzett analizis programok a dolgozat eredményeihez kapcsolódó AUTER programok /AUTER: a CF-22 jelü "Számitógépes áramkör tervező és ellenőrző rendszerek" cimü SzKCP célfeladatban az V. ötéves tervben kidolgozott AUtomatizált TERvező és ellenőrző rendszer/. A jellegzetes kvalitativ tulajdonságokat a 2 fejezetben részletesen definiáljuk./A:egyenáramu megoldás létezése, B: időtartománybeli egyértelmüség, C: véges idejü korlátosság, D: implicit numerikus integrálhatóság, E: stabilitás, F: periódikus állandósult állapot egyetértéküsége/. A kanonikus egyenlet reprezentációnál jeleztük a hálózat $\mathcal{H}$, vagy a szabályozó rendszer ill.operátoros megadás $\mathcal{S}$ tipust is.

Alkalmazási terület	Jellegzetes feladatosztály ill. példa	$N_o(C_N, i_N)$ /u_c, Ni	$\mathcal{R}$	Jellegzetes kvalitativ tulajdonság	Jellegzetes analizis program
Elektronikai tervező-gyártó-ellenőrző /TGE/ rendszerek	Hirközlő berendezés áramkörei	/u_c:bonyolult Ni: egyszerü	A,D,P $\mathcal{H}_1$ $\mathcal{S}$	A,B,C,D,F.	ASTAP /IBM/ SPECTRE /CDC/ * ANAL-3,8,11,12,18 FINDIF-1, ANAL-13,16
	LSI áramkörök /lgikai,stb/	/u_c: egyszerü Ni: bonyolult passziv	A,D, $\mathcal{H}$	B,E	MOTIS /BELL/ SPICE /U.C.Berkeley/ * ANAL-8,18,20
	IC épitőelemek	/u_c: igen bonyolult Ni: egyszerü	P $\mathcal{H}$	E /B/	FINDIF-2 * ANAL-3,18,20
Erősáram	pl.generátor és terhelés kapcsolata	/u_c:bonyolult Ni: szabályozó rendszer tipusu	D $\mathcal{S}$	E,F	
Gazdasági rendszerek	pl.árszabályzó folyamat	modellezés bonyolult	D $\mathcal{S}$	E /B/	

A dolgozat a fenti tipusu átfogó jellegü problémák egy jelentős részére adott válaszokat tartalmazza. Alkalmazásként az elektronikai TGE rendszerek adta feladatok jelentették a motivációt és az eredmények is elsősorban ebben a körben jelentkeztek, azonban sokszor e problémák konkrét megoldásához más, nemlineáris rendszer vizsgálatában elért eredmények adták a kiindulást és az eredmények egy része közvetlenül alkalmazható más, pl. a táblázatban is jelzett rendszereken.

A dolgozat első részében /2 fejezet/ megadjuk, legjobb tudásunk szerint, a nemlineáris hálózatok és rendszerek kvalitativ elméletének fontosabb ismert eredményeit. Bár tézisként természetesen nem állitjuk eredeti eredménynek, ugy tünik, hogy a nemlineáris hálózatok és rendszerek különböző területeken elért eredményeinek ilyen egységes, átfogó jellegü tárgyalása sok haszonnal jár.

A 3 fejezetben egy fontos realizálhatósági feltételnek az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóságnak a feltételeit adjuk meg, az általános feltételek mellett az épitőelemeken algoritmikusan ellenőrizhető feltételeket is.

A 4 fejezet a kvalitativ és kvantitativ vizsgálatok kapcsolatával és a modellezés korlátaival foglalkozik. Itt definiáljuk azt az uj n-kapu osztályt, melynek segitségével sikerült a komplett /aszimptotikus/ stabilitásnak nem reciprok lokálisan aktiv memóriamentes esetre is jól ellenőrizhető feltételit megtalálni.

Az 5 fejezet az elektronikai TGE rendszerekkel és más rendszerbeli alkalmazásokkal foglalkozik, beleértve a nagyméretü /large scale/ rendszerek kvalitativ vizsgálatának problémáit is. Egy uj algoritmizálható fázist definiálunk és adjuk meg algoritmusát.

A 6 fejezet az uj tudományos eredmények összefoglalása, végül az irodalomjegyzékben a dolgozatban hivatkozott munkákat találjuk, bár nem a teljességre törekedtünk, megkiséreltük átfogóan megadni a témakör legfontosabb eredeti eredményeit.

A kitüzött feladatokat és előzményeket az alábbiakban foglaljuk össze /az alapreferenciákon kivüli hivatkozások esetén a szerző és évszám az értekezés irodalomjegyzékére utal/.

1 Nemlineáris hálózatok egyértelmü megoldhatósága

1.a Lineáris /koncentrált és elosztott paraméterü/ hálózatokban és rendszerekben az elemek passzivitásából következik a kauzalitás ill. aktiv esetben megadhatók a szükséges és elégséges feltételek /D.C.Youla et.al. 1959, Csurgay Á. 1970 és [1] /. Az áramkörök egy részénél néhány karakterisztika monoton növekedő volta esetén az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóságot biztositani lehet /Roska T. 1972/. Nemlineáris operátorok kauzalitásának általános, nehezen ellenőrizhető feltételeiben I.W.Sandberg, 1965/ pozitiv skálaszorzat tipusu egyenlőtlenségek jelentek meg. Felmerült tehát a kérdés: vajon a koncentrált paraméterü nemlineáris hálózatokban és rendszerekben a részek passzivitásának milyen formája garantálhatja az összekapcsolt rendszer egyértelmü időtartománybeli megoldhatóságát, különös tekintettel a nemlineáris hálózatokra, ahol az"egymást terhelő" épitőelemek bonyolult kölcsönhatást eredményeznek. Továbbá, vajon megadhatók-e az állapottér modellen ill. a memóriamentes és a veszteségmentes reaktáns részben egyszerüen ellenőrihető feltételek.

1.b Az 1.a kérdésre adott pozitiv válasz esetén melyek az épitőelem karakterisztikákon és összekapcsolási mátrixokon konstruktivan, algoritmikusan ellenőrizhető feltételek. Kiterjeszthetők-e ezek azon esetre, amikor a nemlineáris hálózat diszperziómentes elosztott paraméterü elemeket is tartalmaz és a kanonikus egyenletrendszer a Csurgay Á. által megadott eltolt tipusu differenciálegyenletrendszer.

1.c Hogyan adhatók meg a fenti feltételek nagyméretü, hierarchikus rendszerekben.

2 Korrekt kitüzésü analizis feladatok - a modellezés általános korlátai:

2.a Amennyiben a nemlineáris rendszer jellemzőinek kiszámitására a szokásos u.n. implicit integráló formulát alkalmazzuk, adható-e általános feltétel a memóriamentes és veszteségmentes reaktáns részekre az egyértelmüség biztositására.

Nyilván e feltételeknek speciális esetként vissza kell adniuk a tranzisztoros - diódás áramkörökre kapott korábbi eredményeket / [3] és Roska T. 1971/

2.b Az elektronikai gyakorlatban fontos nemlineáris áramkörök analizisében egy sor kvalitativ tulajdonságnak kell teljesülnie ahhoz, hogy az analizis programok megbizható segédeszközei lehessenek a tervezőnek. Mik azok a feladatok, melyek ebben az értelemben "korrekt kitüzésü" analizis feladatnak tekinthetők és melyek azok a rész n-kapukon ill. épitőelem modelleken ellenőrizhető feltételek, melyek biztositják, hogy az összekapcsolt hálózat korrekt-kitüzésü analizis feladatot jelentsen, épitve elsősorban a [2] és [3] -beli eredményekre. Mik a "jó" kvalitativ tulajdonságok közös gyökerei.

3 Lokálisan passziv és globálisan passziv n-kapu osztályok között van-e olyan közbenső n-kapu osztály, amely a gyakorlatban fontos eszközöket leirja és használható feltételeket eredményez kvalitativ tulajdonságok eldöntésében, különös tekintettel a komplett stabilitás nyitott kérdéseire /L.O.Chua 1980. Nov. és L.W.Sandberg 1977/.

4 A fentiek alapján hogyan kapcsolják össze a kvalitativ elmélet eredményei az elektronikai TGE rendszerek modellezési és analizis fázisait és megadhatók-e a félvezető eszközök modellezésének korlátai a szokásos bipoláris és MOS tranzisztoros modellek paramétereire.

Az értekezés a fenti problémák átfogó megoldásával foglalkozik. A terület nem lezárt, pl. a nemlineáris hálózatok axiomatikus felépitésének a lineáris hálózatokhoz és rendszerekhez hasonló tökéletességü képitéséhez/[1], R.Kalman 1963, D.C.Youla et al.1959/ meg kell oldani többek között a reprezentáció függetlenség problémáját. Hasonlóan több kvalitativ tulajdonság esetén az elégséges feltételeket fel kell váltsák az algoritmikusan is jól ellenőrizhető szükséges és elégséges feltételek, stb. Jelentős területnek látszik egy-egy tipusáramkör müködési paraméterei elvi határainak meghatározása. A verbális folytonos dinamikus rendszerek elmélete uj, igéretes területet jelent.

Alapreferenciák

[1] Csurgay Á. - "A lineáris elosztott paraméterü hálózatok elméletének néhány problémája" Doktori értekezés, Budapest, 1971. MTA

- "Transient analysis of lumped-distributed networks: state space approach" Annual of TKI, Budapest,1973. pp.161-168.

- "Az elektronika elméleti alapjai" előadások az "Elektronika-Informatika 1979" előadássorozat keretében

- "Számitógépek az elektronika alkatrészeinek és áramköreinek kutatásában" TKI Jubileumi Évkönyv, 1975. II.kötet. Budapest, 1977.

[2] L.O.Chua - "Nonlinear circuit theory" ECCTD'78 Vol.II /Guest lectures/, pp.65-112, St.Saphorin: Georgi Publ.Co.1978.

- "Dinamic nonlinear networks: state-of-the art" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-27 /Nov. 1980/.

[3] I.W.Sandberg - "Conditions of a global inverse of semiconductor-device nonlinear network operators" ibid., CT-19, pp.34-36 /1972/

- "A criterion for the global stability of a price adjustment process". Modelling and Simulation Vol.8.pp.1055-1057 /1977/.

- továbbá egyéb alapvető dolgozatai a [4] cikkgyüjteményben.

[4] Nonlinear networks: Theory and analysis, N.Y.: IEEE Press, 1975 /cikkgyüjtemény, szerkesztette: A.N. Willson Jr./

2 NEMLINEÁRIS HÁLÓZATOK ÉS RENDSZEREK KVALITATIV ELMÉLETÉNEK JELENTŐSEBB EREDMÉNYEI

2 NEMLINEÁRIS HÁLÓZATOK ÉS RENDSZEREK KVALITATIV ELMÉLETÉNEK JELENTŐSEBB EREDMÉNYEI

Jelen fejezet célja, hogy az elektronika elméleti alapjaira [CS77,CS79,CS71] és a témakört összefoglaló munkákra [CH78,DV75] épitve a nemlineáris hálózatok és rendszerek legfontosabb eredeti eredményeire hivatkozva viszonylag röviden, de más források részletesebb tanulmányozásának szükségessége nélkül összefoglaljuk azokat a jelentősebb eredményeket, melyeket a nemlineáris hálózatok és rendszerek kvalitativ elméletében - a bevezetésben jelzett értelemben - az elmult időszakban tudomásunk szerint elértek és megadjuk azokat a fontosabb tételeket, melyeket az értekezésben felhasználunk. Az idevonatkozó összefoglaló munkák közül kiemeljük [CH78]-t, mely sokkal bővebben és részben szélesebb témát /szintézis, alapdefiniciók elemzése stb./ foglal össze, néhány kérdést, elsősorban a nem áramköri kérdéseket és a gyakorlati alkalmazás problémáit viszont nem tárgyalja /a kvalitativ eredmények alkalmazása a modellezésben, a szabályozáselméleti eredményekkel való kapcsolat, egyéb nemlineáris strukturákbeli alkalmazások, stb./.

Érdemes megjegyezni, hogy egy sor kérdést már viszonylag korán felvetettek és megoldottak - ld.pl.Duffin 1947-ben ! [DU47] - elsősorban azokat, melyekben lényegében a lineáris RLC hálózatok egyes egy-kapu eleminek "jó tulajdonságu" nemlineáris karakterisztikáju verziói szerepeltek /monoton növekvő dióda karakterisztika stb./

A félvezető eszközökben szerepet játszó nemreciprok és többkapu tulajdonságok feltételezése illetve ezen tulajdonságok mellett is használható megoldhatósági és stabilitási eredmények ugyanakkor csak az 1969 utáni időkben születtek meg.

Jóllehet mind az analizis, mind a szintézis területén sok fontos probléma megoldást nyert, úgy tünik, a témakör sok lényeges nyitott kérdés megoldásának folyamatában van. Elsősorban a realizálhatósági elméletnek nem látszik rövid távon olyan zárt és tisztázott rendszere, mint amelyet az elosztott-koncentrált paraméterü lineáris hálózatok esetében sikerült megalkotni [CS71]

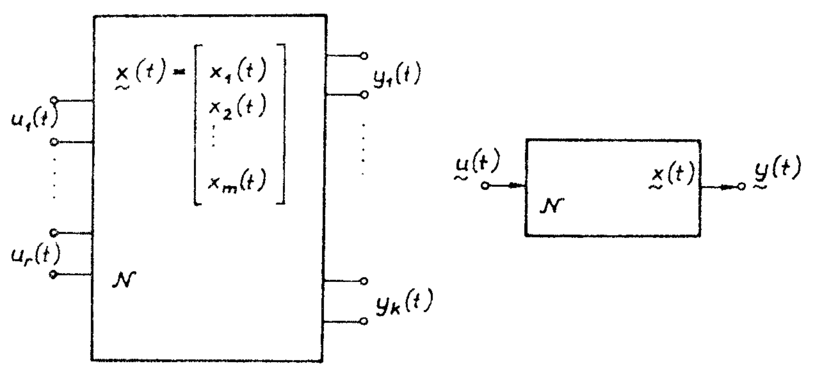
A témakör gyakorlati fontossága és az elért részeredmények fényében azonban felvethetők és megválaszolhatók olyan kérdések, mint pl. az alábbiak: adott egy félvezető eszközökből és diszkrét elemekből összekapcsolt áramkör, adottak az eszközöket leiró modellek; az igy leirt áramkör időtartománybeli viselkedése kvalitative helyesen kiszámolható-e, stabil lesz-e az áramköri modell viselkedése, milyen karakterisztikákkal közelithetem meg az eszközömet ahhoz, hogy kvalitative bizonyosanhelyes eredményeket számoljak?

Az eredmények jelentős része nemlineáris hálózatokra és rendszerekre vonatkozik. Az n-kapu kapu fogalma is ugy értendő, mint fizikai állapotváltozó párokkal jellemzett, gerjeszthető pontja a fizikai rendszereknek /feszültség-áram, töltés-feszültség, nyomás-sebesség, nyomás-áramlás, stb./ A vizsgált input-output és állapottér modellek egyenletei gyakorlatilag felölelik a 2.1 pontbeli feladatosztályokban definiált, az elektronika-informatikában előforduló, nemlineáris rendszerelemeket tartalmazó feladatokat. Ezen túlmenően a gazdasági és egyéb rendszerek egyes feladatait /pl. [SA74a, SA74b] is.

2.1 Feladatosztályok

A következőkben mindig az általános feladatról, azaz a "nagyjelü" viselkedésről beszélünk tehát nem korlátozzuk a létrejövő jelek tartományát. /A "kisnemlinearitásu" rendszereket illetően [BA75]-re utalunk/. A rendszer, hálózat és áramkör megnevezéseket felváltva használjuk, az irodalomban szokásos rokonértelmü jelentéssel a bevezetésben jelzett értelemben.

Általában - hacsak külön ki nem hangsulyozzuk - n -kapuról, és többváltozós mennyiségekről beszélünk. A vektorokat többnyire kis hullámalaku aláhuzással jelöljük, a matrixokat többnyire nagy betükkel irjuk, de nem jelezzük külön. Az $\mathcal{N}$ hálózat vagy rendszer leirását a 2-1.ábrabeli jelöléssel adjuk meg, $\underset{\sim}{u} \in R^r$, $\underset{\sim}{x} \in R^m$, $\underset{\sim}{y} \in R^k$ /R^n az n-dimenziós euklideszi tér/.



2-1.ábra A hálózat vagy rendszer:
gerjesztés, felelet, állapot $(\underset{\sim}{u}, \underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{x})$

Feltételezzük, hogy $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{u})$ egyértékü függvény /$\underset{\sim}{u}, \underset{\sim}{y}$ és $\underset{\sim}{x}$ oszlopvektorok, általában időfüggvények/. A hálózat vagy rendszer statikus, egyensulyi - vagy áramkör esetén egyenáramu /DC/ - állapotáról, illetve vizsgálatáról beszélünk, ha

$$\underset{\sim}{u} = \frac{d\underset{\sim}{u}}{dt} = \underset{\sim}{0} \qquad \frac{d\underset{\sim}{x}}{dt} = \underset{\sim}{0} \quad \text{ill.} \quad \frac{d\underset{\sim}{y}}{dt} = \underset{\sim}{0}.$$

A továbbiakban a "statikus", "egyenáramu" és "DC" kifejezéseket felváltva használjuk a rendszer, hálózat, áramkör alkalmazásokat hangsulyozandó/nem statikus esetben, ennek kihangsulyozására, használjuk a dinamikus hálózat vagy rendszer elnevezést/.
A fenti feltétel teljesülése mellett - mely sokszor nem teljesül, pl. oszcillátor esetén - statikus /DC/ transzfer karakterisztikaként definiáljuk az

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{t}\left(\underset{\sim}{u}\right) \Big|_{\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{0}}$$

függvényt, illetve egyes elemeit.

Valamely kezdeti állapotból $\underset{\sim}{x}_0 = \underset{\sim}{x}\left(t_0\right)$ kiindulva tranziens viselkedésnek nevezzük az $\underset{\sim}{u}$ /t/ $\longrightarrow$ $\underset{\sim}{x}$ /t/, $\underset{\sim}{y}$ /t/ kapcsolatokat egy adott $[t_0, t_0 + \tau]$, $\tau > 0$ időintervallumon, sokszor $\underset{\sim}{u}$/t/-nek csak egy része, $\underset{\sim}{u}_\tau$ /t/ érdekel:

$$\underset{\sim}{u}_\tau /t/ = \underset{\sim}{u}/t/ \qquad t \leq t_0 + \tau$$

$$\underset{\sim}{u}_\tau /t/ = \underset{\sim}{0} \qquad t > t_0 + \tau$$

A továbbiakban általában a $t_0 = 0$ választással élünk. Fontos, hogy az időtartomány általában véges.

Sokszor vizsgáljuk a rendszert vagy hálózatot periódikus üzemben, azaz feltesszük, hogy az áramkör gerjesztése és/vagy állapotjellemzői T periódusu időfüggvények, ezek:

$$\underset{\sim}{u}_{TP}/t/ \qquad \text{ill.} \qquad \underset{\sim}{x}_{TP}/t/, \text{ melyekre}$$

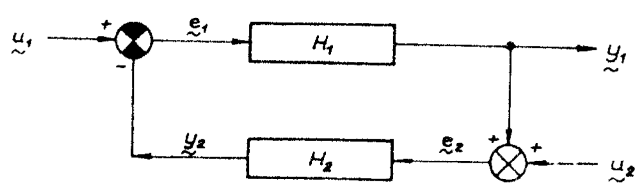
$$\underset{\sim}{u}_{TP}/t/ = \underset{\sim}{u}_{TP}/t + T/; \quad \underset{\sim}{x}_{TP}/t/ = \underset{\sim}{x}_{TP}/t+T/;$$

A számitásoknál sokszor feltesszük, hogy az $\underset{\sim}{u}_{TP}/t/$ hatására $\underset{\sim}{x}_{TP}/t/$ keletkezik, azaz a gerjesztéssel azonos periódusu a válasz /ez sokszor nem teljesül, és mint kérdés merül fel/.

2.2 Input-output /I/O/ modellek és állapottér modellek

Vizsgálatainkban központi szerepe van az $\underset{\sim}{u}/t/ \longrightarrow y/t/$ ill. $\underset{\sim}{u}/t/ \longrightarrow x/t/$ kapcsolatnak. E kapcsolat néha viszonylag egyszerü, zárt /akár implicit/ formában is kifejezhető, azaz a rendszer vagy hálózat modelljének input-output /szokásos jelöléssel I/O/ kapcsolatán kivül egyéb jellemzőkkel nem foglalkozunk. Ez esetben beszélünk <u>input-output I/O modellről.</u>

I/O modellek általában akkor állithatók elő, ha az épitőelemek I/O modelljei adottak és az elemek összekapcsolása igen egyszerü, azaz egymást nem terhelő soros, illetve párhuzamos /összegzés és különbségképzés/ kapcsolásról van szó. Egy sokváltozós u.n. visszacsatolt rendszer tipikus I/O modellje a 2-2.ábra alapján a következő.



2-2.ábra

az $\underset{\sim}{u}_1$ gerjesztés $\underset{\sim}{y}_1$ feleletet eredményez.

Az $\underset{\sim}{u}_2$ a szokásosan zavaró jelnek nevezett komponens. H_1 és H_2 két rendszerépitőelem I/O modellje, operátora. A rendszert leiró egyenletek

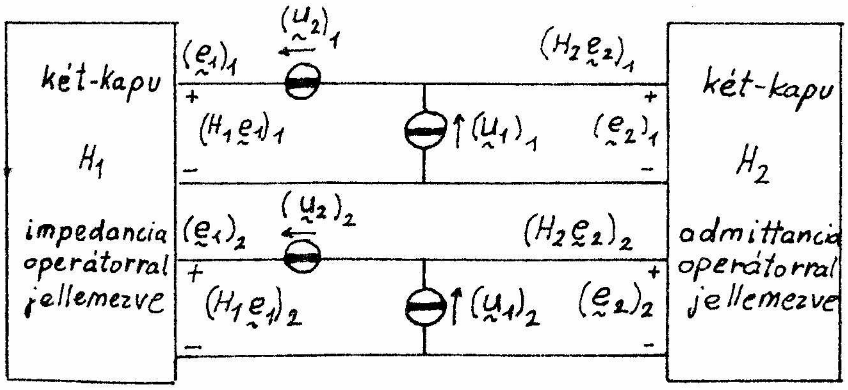
$$\begin{aligned} \underset{\sim}{u}_1 &= \underset{\sim}{e}_1 + H_2\,\underset{\sim}{e}_2 \\ \underset{\sim}{u}_2 &= \underset{\sim}{e}_2 - H_1\,\underset{\sim}{e}_1 \end{aligned} \qquad /2\text{-}1/$$

Amennyiben a zavaró jel zérus, ugy a rendszer I/O modellje

$$\underset{\sim}{y}_1 = H_1\left(1+H_2\,H_1\right)^{-1}\underset{\sim}{u}_1 \qquad /2\text{-}2/$$

természetesen operátoros értelemben / 1 az egység operátor/.

Egyszerübb összekapcsolás esetén hasonló modellre vezethető vissza egy hálózat modellje is, pl. n = 2 esetére a 2-3. ábrabeli hálózatba berajzoltuk a /2-1/-el leirt I/O modell megfelelő operátorait ill. jellemzőit[DV75].



2-3. ábra

Megjegyzzük, hogy bár a /2-2/ egyenlet látszólag igen egyszerü kapcsolatot jelez a gerjesztés és felelet között, amennyiben azonban a H_1 és H_2 operátorok, illetve inverzük bonyolult, ugy ezen "egyszerü" input-output modell sokkal bonyolultabbá válhat, mint a megoldást

/feleletet/ implicite tartalmazó állapottér modell[CS79, CS71] /mely sokszor formailag egy bonyolult I/O modellként is felirható/.

A hálózat vagy rendszer <u>állapottér modellj</u>ének magja a struktura állapotát reprezentáló jellemzők vektorát mint ismeretlent tartalmazó differenciálegyenletrendszer, ehhez kapcsolódik az output jellemzőket definiáló egyenlet. Koncentrált paraméterü, illetve véges dimenziós esetben ez

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}\left(\underset{\sim}{x}(t),\ \underset{\sim}{u}(t)\right) \qquad /2\text{-}3a/$$

$$\underset{\sim}{x}(t_o) = \underset{\sim}{x}_o, \quad \underset{\sim}{u}/t/ \text{ adott} \qquad /2\text{-}3/$$

$$\underset{\sim}{y}/t/ = \underset{\sim}{h}\left(\underset{\sim}{x}/t/, \underset{\sim}{u}/t/\right) \qquad /2\text{-}3b/$$

formában adott.

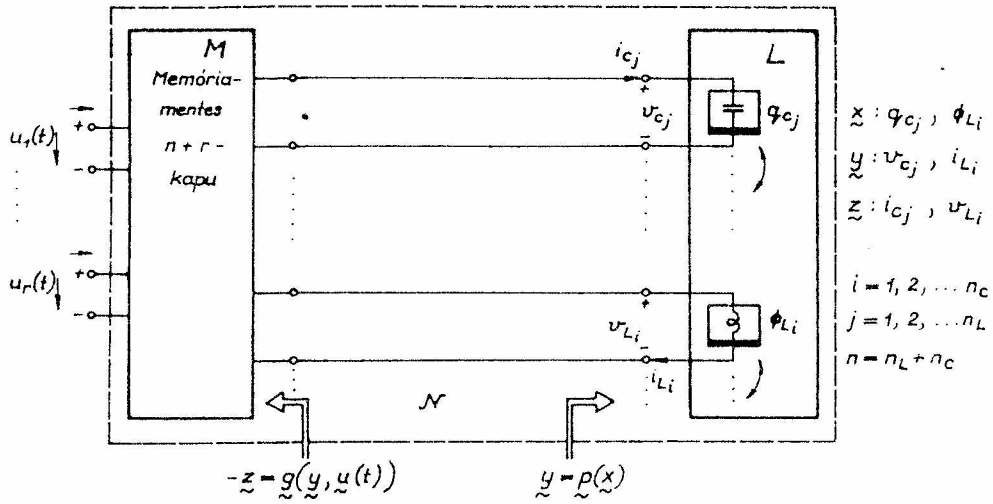
$\underset{\sim}{f}$ és $\underset{\sim}{h}$ az épitőelemek karakterisztikájától és az összekapcsolástól függő nemlineáris vektor függvények /ld.pl. [RO73,CL75]

Koncentrált-elosztott paraméterü esetben a kanonikus forma eltolt tipusu differenciálegyenlet, illetve funkcionál tipusu differenciálegyenlet [CS79,CS71].
Sokszor a /2-3a/ alaku állapotegyenletben az $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x})$ az $\underset{\sim}{x}$-ben közvetett függvény és $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{p}(x), \underset{\sim}{u}/t/\right)$ alakban irható fel, ekkor az állapotegyenlet

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}),\ \underset{\sim}{u}(t)\right) \qquad /2\text{-}3c/$$

Az alábbi példa egy ilyen strukturát mutat be.

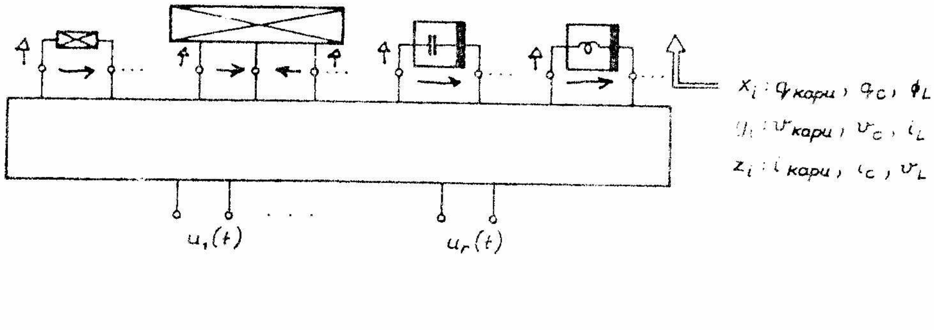
<u>2-1 Példa</u> Adott egy hálózat, $\mathcal{N}$ melyet a 2-4a. ábrán memóriamentes (M) és reaktáns veszteségmentes (L) részre bontunk az ábrából leolvasható módon; $\underset{\sim}{z} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u})$, $\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{z}$, $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$, azaz az állapotegyenletet éppen a /2-3c/ egyenlet adja.



2-4a.ábra

További példaként megmutatjuk egy egyszerü, de gyakorlatban fontos áramkörosztályra az állapottér és az I/O modell kapcsolatát, majd egy más struktura /egy gazdasági rendszer/ I/O modelljére adunk példát.

<u>2-2 Példa</u> Vizsgáljuk a 2-4b.ábrán látható hálózatot



2-4 b.ábra

A hálózatból kiemeltük a reaktáns egy-kapukat, valamint egy-kapu és két-kapu eszközöket. Ez utóbbiakat az alábbi egyenlettel ejllemezzük:

$$\underset{\sim}{z}_k = \underset{\sim}{T}_k \underset{\sim}{F}_k (\underset{\sim}{y}_k) + \frac{d}{dt} \underset{\sim}{Q}_k (\underset{\sim}{y}_k) \qquad /2\text{-}4/$$

ahol $\underset{\sim}{Q}_k$ és $\underset{\sim}{F}_k$ két-kapu esetén diagonál leképzés. Például egy bipoláris tranzisztor és egy dióda közismert töltésvezérelt modellje a 2-4c.ábrabeli referencia irányokkal:

tranzisztor:

$$\underset{\sim}{z}_k = \begin{bmatrix} i_e \\ i_c \end{bmatrix}; \ \underset{\sim}{y}_k = \begin{bmatrix} v_e \\ v_c \end{bmatrix}; \ \underset{\sim}{F}_k = \begin{bmatrix} I_{eo}\left(e^{-\frac{v_e}{\lambda_e u_T}} - 1\right) \\ I_{co}\left(e^{-\frac{v_c}{\lambda_c u_T}} - 1\right) \end{bmatrix}$$

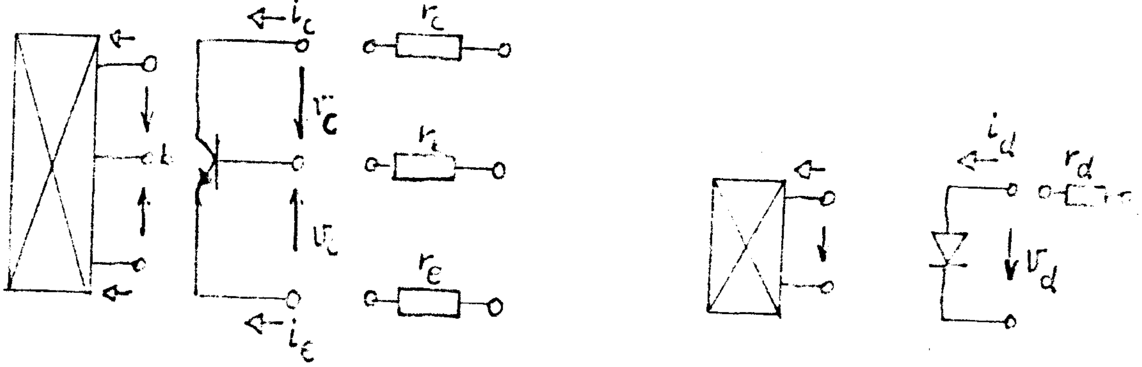
/2-4a/

$$\underset{\sim}{F}_k = \begin{bmatrix} f_e\,(v_e) \\ f_c\,(v_c) \end{bmatrix}; \ T_k = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_r \\ -\alpha_f & 1 \end{bmatrix}; \ \underset{\sim}{Q}_k = \begin{bmatrix} (c_e v_e + \tau_e f_e\,(v_e)) \\ (c_c v_c + \tau_c f_c\,(v_c)) \end{bmatrix}$$

dióda:

$$z_k = i_d; \ y_k = v_d; \ F_k = f_d(v_d) = I_{do}\left(e^{-\frac{v_d}{\lambda u_T}} - 1\right); \ T_k = 1,$$

$$Q_k = (c_d v_d + \tau_d f_d\,(v_d));$$



2-4 c.ábra

Ezekután világos, hogy a kiemelt eszközök egyenlete

$$\underset{\sim}{z} = T\,\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) + \frac{d}{dt}\,\underset{\sim}{Q}(\underset{\sim}{y}) \qquad /2\text{-}5/$$

ahol $\underset{\sim}{Q}(\underset{\sim}{y})$ diagonális és a reaktanciák helyén a töltés-feszültség ill. fluxus-áram karakterisztikát tartalmazza.

Mivel a memóriamentes lineáris rész ML hibrid leiró egyenlete - melyről feltesszük, hogy létezik /ennek feltételeit vezérelt generátorok esetén ld.[RE79] -ban/-

$$-\underset{\sim}{z} = H\underset{\sim}{y} + B\,\underset{\sim}{u}(t) \qquad /2\text{-}6/$$

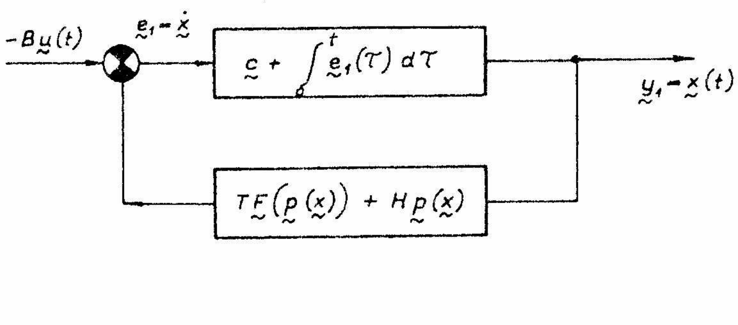
igy az $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{Q}(y)$; $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ jelölésekkel a /2-5/ és /2-6/ egyenletek alapján kapjuk, hogy

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\left(T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})) + H\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) + B\,\underset{\sim}{u}(t)\right) \qquad /2\text{-}7/$$

illetve az $\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{Q}_y(\underset{\sim}{y})\,\dot{\underset{\sim}{y}}$ egyenletet beirva /$\underset{\sim}{Q}_y$ a $\underset{\sim}{Q}$-nak $\underset{\sim}{y}$ szerinti parciális differenciálhányados mátrixa/

$$\dot{\underset{\sim}{y}} = -\underset{\sim}{Q}_y(\underset{\sim}{y})^{-1}\left[T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) + H\underset{\sim}{y} + B\,\underset{\sim}{u}(t)\right] \qquad /2\text{-}8/$$

A /2-7/ egyenletet könnyen átirhatjuk I/O modell alakjába, ezt láthatjuk a 2-5. ábrán, ahol az operátorok jele helyébe magukat az operátorokat jelöltük be.



2-5.ábra: Állapotegyenlet I/O modellje

A példa kapcsán az is világos, hogy ilyen egyszerü I/O modellbe az állapotegyenlet csak akkor irható át, ha az $\underset{\sim}{x}$ kifejezésében a gerjesztés $\underset{\sim}{x}$-től nem függő additiv tagként jelenik meg /a /2-8/ egyenlet esetén ez pl. már nem igaz!/.

A továbbiakban állapotegyenletként /állapottér modell/ tekintünk minden /2-3a/ alaku hálózat ill. rendszerleirást, függetlenül attól, vajon $\underset{\sim}{x}$ elemei minimális számuak-e vagy sem /x elemei lehetnek pl. a csomópontok feszültségei, stb./, mely alkalmas a dinamikus viselkedés leirására. Algebrai hálózatról vagy rendszerről beszélünk, ha a /2-3b/ tipusu algebrai egyenletrendszerből $\underset{\sim}{x}(t)$ ki-küszöbölhető /ilyen pl. egy kapacitáshálózat/. Nem keverendő tehát össze az állapotegyenlet a minimális számu független állapotváltozót tartalmazó állapotegyenlettel.

2-3 Példa

Gazdasági rendszerek Leontief-féle modelljeinek nemlineáris változata[SA74a,SA74b]szintén jó példa nemlineáris strukturák I/O modelljére. A lineáris modellt az alábbi egyenletrendszer irja le:

$$x_i - \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \quad x_j = c_i; \; i = 1,2...n$$

ahol az x_i az i-edik gazdasági szektor /összesen n darab/ termelése az i-edik termékből /ez az i-edik szektor össztermelése, a szektorok termék szerint vannak csoportositva/.

Mivel a j-edik szektor is felhasznál az x_i termékből az x_j termék előállitásához a_{ij} mértékben /input-output koefficiens, $a_{ij} \geqslant 0$/, igy a teljes kereslet az i-edik termékből c_i lesz.

A nemlineáris modellben az $a_{ij}\,x_j$ helyett $a_{ij}(x_j)$ függvények szerepelnek. Érdekes megemliteni, hogy e rendszerek egyértelmü megoldhatósága és a 2-2 Példabeli áramkör DC egyértelmü megoldhatóságának igen hasonlók a feltételei[SA74a,WI73].

A fentieket tömören összefoglalva[CS79] azt állithatjuk, hogy a nemlineáris hálózatok két tipusu modelljét vizsgáljuk.

/i/ Az input-output modell, melynek elemei

$$[I,\ O,\ F] \qquad /2\text{-}9/$$

I: input tér F: I → O

O: output tér F: nemlineáris operátor

/ii/ Az állapottér modell, melynek elemei

$$[I,\ X,\ O,\ \delta,\ \lambda] \qquad /2\text{-}10/$$

X: állapottér

δ: I x X → X pl. $\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{u})$; $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{c} + \int_{t_0}^{t} f\,(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{u}(\tau))d\tau$

λ: I x X → O pl. $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x},\ \underset{\sim}{u}\ (t))$

2.3 Jelek és karakterisztikák

A hálózatokban megjelenő egyenáramu és tranziens, valamint periódikus jelek sokfélék lehetnek.

Maguk a jelek is modellek, a valóságos időfüggvényeknek többé-kevésbé hü modelljei.

Röviden összefoglaljuk most a következőkben használt jelmodelleket.

Értelmezési tartományuk a valós, egydimenziós idő, t, sokszor csak $t \geq 0$, azaz $t \in R^1_+$. Értékkészletük a valós változóktól R^1 az n-dimenziós euklideszi térig R^n terjed. Függvényként lehetnek folytonos függvények, C^0 vagy k-adik deriváltig bezárólag folytonosak, C^k. Amennyiben az abszolut értékük, négyzetük ill. abszolut értékük magasabb hatványai a teljes intervallumon $[0,\infty]$ Lebesque értelemben integrálhatók ugy L^1, L^2, ... L^k-beliek. Amennyiben értelmezve van köztük - teljes időintervallumon vett integrállal - a skalár szorzat, /2-14/, ugy Hilbert térbeliek, $\mathcal{H}$. Amennyiben ez utóbbi kétféle érték bármely véges időtartamig $[0,\tau]$ van értelmezve, ugy kiterjesztett L^k_e ill. $\mathcal{H}_e$-beliek. /e: extended, a definiciós integrál határai 0 és τ /. A hálózat vagy rendszer épitőeleimeinek <u>karakterisztikái</u> ugyancsak modellek. Valamely <u>algebrai</u> összefüggés közelitései. Két mennyiség - melyek lehetnek vektorok- közötti kapcsolatot leiró

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}(x) \quad , \quad \underset{\sim}{y},\ \underset{\sim}{x} \in R^n$$

algebrai egyenlettel jellemzett karakterisztika egy $\mathcal{D} \subset R^n$ tartományon <u>monoton</u>, ha a

$$\left(\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}'') - \underset{\sim}{h}(x')\right)^T(\underset{\sim}{x}'' - \underset{\sim}{x}') \geq 0, \quad \underset{\sim}{x}'', \underset{\sim}{x}' \in \mathcal{D} \quad \text{teljesül.}$$

A $\underset{\sim}{h}$ <u>izoton</u> /<u>antiton</u>/ $\mathcal{D}$-n, ha $\underset{\sim}{x}'' - \underset{\sim}{x}' > \underset{\sim}{0}$ voltából következik, hogy $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}'') - \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}') > 0 \; (< 0)$. Definiáljuk a $\Psi_{ij}(t) := h_i(\underset{\sim}{x} + t\underset{\sim}{e}^j)$ alaku függvényeket, ahol e^j az R^n j-edik egységvektora. Azt mondjuk, hogy a $\underset{\sim}{h}$ <u>diagonálisan izoton</u> /<u>antiton</u>/ ha a $\Psi_{ii}(t)$ izoton /antiton/ $i=1,2,\dots n$, $\forall \underset{\sim}{x} \in \mathcal{D}$ .Megjegyezzük, hogy n=1 esetén a monoton és izoton tulajdonság azonos, n>1-re azonban részben diszjunkt. Például, ha $\underset{\sim}{h}$/./ lineáris, azaz $\underset{\sim}{h} \in L(R^n, R^n)$, $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}) = A\underset{\sim}{x}$, akkor A monoton, ha A pozitiv szemidefinit és A izoton, ha $A > 0$. A definiciókból következik, hogy $\underset{\sim}{h}$ izoton, ha $-\underset{\sim}{h}$ antiton.

A $\underset{\sim}{h}$ karakterisztika lehet passziv, lokálisan passziv és lényegében passziv egy adott $\mathcal{D}$ tartományon /vagy az egész térben/, ha $\underset{\sim}{x}$, $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}) \in R^n$-re az alábbi megfelelő összefüggések állnak fenn:

$$\langle \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}), \underset{\sim}{x} \rangle \geq \underset{\sim}{0} \quad \forall \underset{\sim}{x} \in \mathcal{D} \qquad /2\text{-}11/$$

$$\langle \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}'') - \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}'), \underset{\sim}{x}''-\underset{\sim}{x}' \rangle \geq 0 \quad \forall \underset{\sim}{x} \in \mathcal{D} \qquad /2\text{-}12/$$

és $\exists$ $k > 0$, melyre $\langle \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}), \underset{\sim}{x} \rangle \geqslant \underset{\sim}{0} \quad \forall \underset{\sim}{x} \in \mathcal{D}$ /2-13/

Látjuk, hogy a lokális passzivitás a monotonicitással azonos.

Valamely tulajdonságra azt mondjuk, hogy "szigoruan" /pl. szigoruan passziv/, ha ≥ 0 helyett $>$ áll, kivéve a $\langle \cdot , \cdot \rangle$ -el jelzett skalár szorzat második elemének -vagy izotonicitásnál az $(x''-x')$ -nek-zérus voltát. Azt mondjuk, hogy h erősen lokálisan passziv, ha $\exists\ \bar{\gamma} > \underline{\gamma} > 0$ ugy, hogy a /2-12/-beli skalár szorzat alsó és felső korlátja $\underline{\gamma}\|\underset{\sim}{x}'' - \underset{\sim}{x}'\|^2$ és $\bar{\gamma}\|x''-x'\|^2$. Az $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{x}, t)$ állapotegyenlet passzivitás tulajdonságainak eldöntésére a $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{x}, \cdot)$ vizsgálata szolgál.

A fenti tulajdonságok egyszerüen ellenőrizhetők akkor, ha az épitőelemek fizikai tulajdonságaiból /energiaviszonyok/ következnek, vagy a $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ diagonál leképzés, azaz $h_i(\cdot) = h_i(x_i)$. A 2-2 Példában szereplő eszközleiró /2-4/ egyenletben F_k diagonál leképzés. Bipoláris tranzisztorok modelljei igy valóban le is irhatók, MOS tranzisztorok esetére ez sajnos nem igaz.

A monotonicitás egyfajta általánositását jelentik az alábbi tipusu karakterisztikák [OH79,SA77,OR70]

A $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ mellékátlósan /off-diagnally/ antiton egy $\mathcal{D}$ tartományon, ha minden i-re igaz, hogy

$$h_i(\underset{\sim}{x}') \leq h_i(\underset{\sim}{x}'')$$

$$x_i'' = x_i', \quad \underset{\sim}{x}' \geq \underset{\sim}{x}'', \quad \underset{\sim}{x}'\underset{\sim}{x}'' \in \mathcal{D}$$

vagy

$$\psi_{ij}(t) \text{ antiton } i \neq j\text{-re } \forall \underset{\sim}{x} \in \mathcal{D}$$

A $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ mellékátlósan monoton, ha $-\underset{\sim}{h}(\cdot)$ mellékátlósan antiton. A $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ inverz izoton, ha a $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}') \geq \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}'')$ -ből következik, hogy $\underset{\sim}{x}' \geq \underset{\sim}{x}''$.

A $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ -t P függvénynek nevezzük, ha minden $\underset{\sim}{x}'$, $x'' \in \mathcal{D}$, $\underset{\sim}{x}' \neq \underset{\sim}{x}''$ esetére létezik olyan k index, $1 \leq k \leq n$, amelyre

$$(x_k' - x_k'')\left(h_k(\underset{\sim}{x}') - h_k(\underset{\sim}{x}'')\right) > 0$$

A $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ -t M függvénynek nevezzük, ha mellékátlósan antiton és inverz izoton. Megjegyezzük, hogy a fenti függvények széleskörüen előfordulnak a 2-3 példabeli illetve biológiai, ekológiai és un."compartment" tipusu /"rekesz" tipusú/ rendszerek esetén[SA 78a] sőt egyes MOS tranzisztor karakterisztikák is ilyenek.

Az algebrai karakterisztikák közül gyakoriak az alábbi jó tulajdonságokkal rendelkezők: bijektiv vagy injektiv C^k függvények és inverzük C^k függvény. Ezeket C^k diffeomorfizmusnak nevezzük /bijektiv: egy - az -egy és "ra" leképzés; injektiv: egy- az -egy és "ba" leképzés/. A C^0 diffeomorfizmus neve homeomorfizmus /szokás a diffeomorf és homeomorf leképzést is használni/.

Az $\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x})$ algebrai karakterisztikát $(\in C^u, \ u \geq 0)$ /i/ sokszor lehet egy $H(\underset{\sim}{x})$ C^1-beli skalár potenciál függvény gradienseként előállitani, illetve /ii/ valamely $\underset{\sim}{x}_a$ és $\underset{\sim}{x}_b$ végpontokkal rendelkező szakaszonként C^1-beli

$\Gamma[\underset{\sim}{x}_a, \underset{\sim}{x}_b]$ vonal mentén vett $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x})\, d\underset{\sim}{x}$ vonalintegrál értéke csak az $\underset{\sim}{x}_a$, $\underset{\sim}{x}_b$ végértékektől függ. Ez esetben azt mondjuk, hogy $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x})$ egy C'_u állapotfüggvény /vagy gradiens leképzés/.

Fontos, hogy e definiciók és tulajdonságok algebrai karakterisztikákra és nem a dinamikus n-kapukra vonatkoznak. Nemlineáris dinamikus n-kapuk esetén ugyanis különös gonddal kell eljárni a passzivitás definiciójánál. A szokásos kezdeti energiamentes állapot ugyanis sokszor nem teljesül. Ha a fenti passzivitás definicióban $\underset{\sim}{h}$ helyére a dinamikus n-kapu két konjugált állapotváltozója közötti operátor kerül, ugy zérus kezdeti tárolt energiát, valamint $\underset{\sim}{x}(t)$, $\underset{\sim}{y}(t)$ időfüggvényeket és

$$\langle \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y} \rangle \triangleq \int_{-\infty}^{t} \underset{\sim}{x}(\tau)^T \cdot \underset{\sim}{y}(\tau)\, d\tau \qquad /2\text{-}14/$$

skalárszorzatot feltételezve helyesen kapjuk a passziv n-kapu fogalmát, ha /2-14/ ≥ 0 minden $t < \infty$ és minden megengedett $\underset{\sim}{x}(t)$ -re. Világos, hogy algebrai n-kapu esetén /2-11/-ből következik /2-14/ ≥ 0 volta, mivel az integrandus minden időpillanatban ≥ 0. Amennyiben a kezdeti energia nem zérus, ugy a gerjesztéseket indithatjuk zérus értékről vagy a [CH78]-beli definiciót használhatjuk /l. még precizebben [WC80]-ban/.

2.4 A vizsgált kvalitativ tulajdonságok

A: legalább egy statikus /DC/ megoldás létezése

Kétféle értelemben definiálhatjuk a tulajdonságot. Egy adott $\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{u}_0$ = áll. gerjesztés esetén létezik-e /dinamikus/ DC megoldása a dinamikus rendszerek /ezt neveztük DC megoldásnak/, illetve a kapacitás-tipusu rendszerelemeket "szakadással", az induktivitás-tipusu rendszerelemeket "rövidzárral" helyettesitve létezik-e DC megoldás /ezt nevezzük reziszitiv DC megoldásnak/.

Amennyiben DC megoldás létezik, ugy ezzel azonos rezisztiv DC megoldás is van, forditva az állitás nem igaz /pl. oszcillátor/. A továbbiakban az A tulajdonságot azzal a feltételezéssel értelmezzük, hogy $\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{u}_o$-nál ha létezik megoldás, ugy az /dinamikus/ DC megoldás, mely azonos a rezisztiv DC megoldással /ld.pl.[MC77] és a 2.7.1 Tétel/.

A DC megoldás unicitásával e dolgozatban csak érintőlegesen foglalkozunk /ld.pl [WI73] és [RO73]-ban, egy lényeges uj eredmény pedig [NW78]-ban/, hasonlóképpen nem foglalkozunk e fejezetben az algebrai egyenletrendszerek konkrét megoldásának problémáival, ld. pl. [CW75,AD80] .

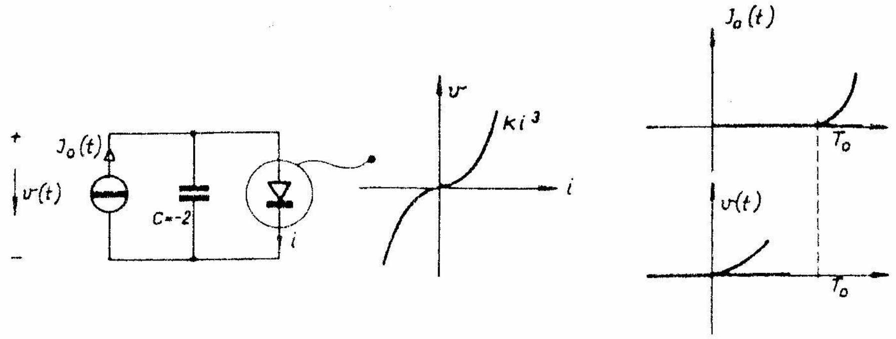
B: az időtartománybeli megoldás egyértelmüsége

Az időtartománybeli megoldás létezését egy adott véges intervallumon hallgatólagosan feltételezzük, illetve mivel a létezést biztositó feltételek sokkal gyengébbek az unicitásénál, ezért e feltételket csak megemlitjük, mivel az unicitás feltételek általában magukban foglalják a létezés feltételét.

E kvalitativ tulajdonság vizsgálatakor fontos a kérdésnél definiálni, hogy milyen térben keressük a megoldást, ill. annak unicitását. Pl. C^o-beli gerjesztés esetén létezik-e /és egyértelmü-e/ a megoldás a C^o vagy C^1 vagy pl. L^2 térben.

A tulajdonságot pontosabban ugy definiáljuk, hogy ha $\underset{\sim}{u}_1(t) = \underset{\sim}{u}_2(t)$ $t \leq T_o$-ra, akkor a hozzájuk tartozó $\underset{\sim}{y}_1$ t és $\underset{\sim}{y}_2$/t/ megoldásokra igaz-e, hogy $\underset{\sim}{y}_1$ t = $\underset{\sim}{y}_2(t)$ $t \leq T_o$ ra.

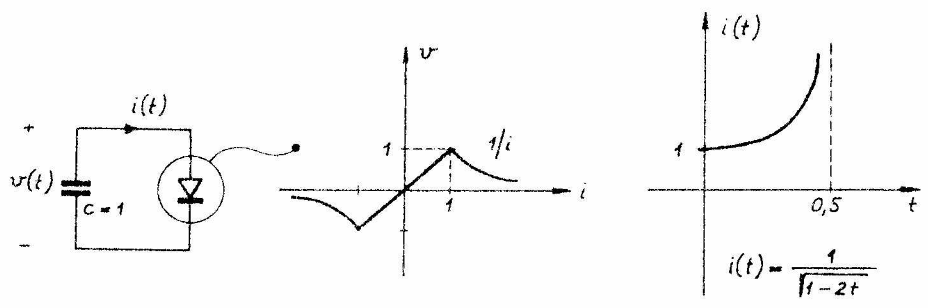
A 2-6. ábrabeli egyszerü áramkör nyilvánvalóan nem rendelkezik a B tulajdonsággal



2-6.ábra: A B tulajdonsággal az áramkör nem rendelkezik

C: <u>véges idő alatt a megoldás korlátos marad</u>

Mivel minden realizált, megépitett, létező struktura /pl. informatika rendszer vagy áramkör/ ilyen tulajdonságu, ugy tünhet, hogy e tulajdonsággal is minden hálózat rendelkezik.
Mégis, a 2-7.ábrabeli áramkör modell nem rendelkezik e tulajdonsággal.



2-7.ábra: Az áramkör nem rendelkezik a C tulajdonsággal

A véges idejü korlátosságot abban az értelemben definiáljuk, hogy egy adott t_o értéknél véges $\underset{\sim}{x}_o$-ból kiindulva $t > t_o$ $(t < \infty)$ esetén véges marad a jel. $t < t_o$ esetén lehet végtelen.

D: egyértelmü /implicit/ numerikus integrálhatóság

A modell időtartománybeli kvantitativ viselkedését meghatározandó általában numerikus integráló formulákat alkalmazunk [CL75]. Sokszor ezt az integráló formulát építőelemenként, időlépésenként használják az áramkör analizisben /egy hatékony alkalmazásra példa: [RA78]/. Az általunk vizsgált modellek jelentős részében az u.n. implicit integráló formulák osztályát használják. Kérdés tehát, hogy a véges időben létező és egyértelmü tranziens választ az

$$\underset{\sim}{x}_{k+1} = \underset{\sim}{x}_k^* + T\, b_{-1}\, \dot{\underset{\sim}{x}}_{k+1} \qquad /2\text{-}15/$$

numerikus implicit integráló formulatipussal kiszámolva létezik-e olyan $T > 0$, mely előirt pontosság mellett egyértelmü megoldást ad $\underset{\sim}{x}_{k+1}$-re /$\underset{\sim}{x}_k^*$ a multbeli értékek és kezdeti érték függvénye, sokszor $\underset{\sim}{x}_k^* = \underset{\sim}{x}_k$, T az időlépésköz $T = t_{k+1} - t_k$, $\dot{b}_{-1}$ integrációs konstans/. Legalább azt követeljük meg, hogy ha T elég kicsi,/de véges!/ ugy $\underset{\sim}{x}_{k+1}$ egyértelmü. /A $T \to 0$ és $T \to \infty$ esetekre vonatkozó matematikai eredmények igen jó kritikai összefoglalása található[KK79]-ben/.

E: korlátos gerjesztés esetén korlátos felelet

/sokszor, pl. autonom esetben a felelet korlátosságát hangsulyozzuk/. Ez egyfajta stabilitás definició. Nyilvánvaló, hogy itt is definiálnunk kell, hogy milyen térbeli jelekre vonatkoztatjuk. Lehet, hogy ha a gerjesztés korlátos C^2-beli, ugy a felelet korlátos, de ha a gerjesztés korlátos C^0-beli, ugy a felelet nem korlátos.

Az E tulajdonságnak tipikusan ellentmondó esetben, a $t \longrightarrow \infty$ -ben a felelet ∞ -hez tart. Ha a jelek $\mathcal{H}$-beliek, akkor az $\underset{\sim}{u} \in \mathcal{H} \to \underset{\sim}{y} \in \mathcal{H}$ feltétel egyben a korlátos gerjesztés korlátos felelet feltételnek egyfajta megfogalmazása, ha a C tulajdonság teljesül.

Ezen stabilitás fogalom mellett használjuk még a lokálisan aszimptótikusan stabil, kompletten /aszimptotikusan/ stabil és globálisan aszimptotikusan stabil fogalmakat /l. részletesen 2.6.5 -ben/.

F: <u>adott T periódkusu gerjesztés esetén a válasz egyértelmü és T periódusu</u>. /A periódikus megoldásba beleértjük a majdnem periódikus megoldást is./

<u>A fenti tulajdonságok</u> némelyike a hálózat vagy rendszer realizálhatóságát /B és C/ jelentik, mások azt biztositják, hogy egy tranziens válasz kvantitativ analizise esetén kvalitative helyes eredményt kapjunk /A,B,C és D/. Egyéb kvalitativ tulajdonságokat nem emelünk ki, az emlitetteket látjuk a leglényegesebbnek /a periódikus megoldás létezését az A tulajdonság egy részletének tekintjük/.

<u>2.5 Az I/O modellekre vonatkozó általános tételek</u>

Az I/O modellek természete és az általunk ismert eredmények korlátozott volta miatt elsősorban a 2.4 szakaszbeli A,B és E tulajdonságokra vonatkozó eredményeket foglaljuk össze. A többi /C,D,F/ tulajdonság illetve ezekre vonatkozó eredmény ugyanis erősen kötődik az állapottér leiráshoz. Felmerül a kérdés, hogy az irodalomban publikált számos eredmény közül miért éppen a soronkövetkező hat tételt választottuk ki. Azért, mert ugy gondoljuk, hogy a későbbiek és az alkalmazás szempontjából ezek a legáltalánosabbak és sokszor utat mutatnak a konkrét alkalmazásokban is.

A: <u>statikus /DC/ megoldás létezése és tulajdonságai</u>

<u>$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}\,(\underset{\sim}{x})$ statikus I/O modell esetén</u>

<u>2.5.1 Tétel:</u> /globális inverzió tétel, a Palais-tétel módositása [CL72] /

Amennyiben $\underset{\sim}{h} : R^n \to R^n$ C^1 függvény és

/i/ $\det \underset{\sim}{h}_x \triangleq \det(\partial \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x})/\partial \underset{\sim}{x}) > 0; \forall \underset{\sim}{x} \in R^n$ kivéve izolált pontok halmazát,

/ii/ $\lim\limits_{\|\underset{\sim}{x}\| \to \infty} \|\underset{\sim}{h}\,(\underset{\sim}{x})\| = \infty$

akkor $-n \neq 2$ esetén ! - $\underset{\sim}{h}$ homeomorf, azaz inverze is folytonos és létezik R^n -ben /tehát egyben bijektiv és az $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}\,(\underset{\sim}{x})$ -nek minden $\underset{\sim}{y}$-ra van /statikus/ megoldása. •

Amennyiben /i/-ben az egyenlőtlenség jele forditott, a tétel változatlan. Ha /i/ R^n-ben mindenütt teljesül, ugy a $\underset{\sim}{h} \in C^k$ és a /ii/ feltétel teljesülése esetén a $\underset{\sim}{h}$ C^k diffeomorfizmus lesz.

A /ii/ feltétel könnyen ellenőrizhető, sőt a valódi eszközök esetén általában mindig teljesül is /elég nagy jel esetén átütés/. Az /i/ feltétel, azaz a determináns azonos előjele ugy is fogalmazható, hogy a Jacobi mátrix nemszinguláris /amennyiben a teljes tartományon kivánjuk meg az azonos előjelet/.

E kérdéskör ujabb eredményei elsősorban a $\underset{\sim}{h}$ által összekapcsolt két tér speciális, korlátozott eseteire /pl. R^n_+ / vagy korlátozott $\underset{\sim}{h}$-ra [SA80] vonatkoznak.

<u>2.5.2 Tétel</u> [CW77]

Amennyiben a statikus I/O modell szétbontható lineáris és nemlineáris részre, azaz

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}) + A\underset{\sim}{x} \qquad /2\text{-}16/$$

ugy, ha

/i/ $\underset{\sim}{f}(.)$ lényegében passziv és

/ii/ A pozitiv definit, akkor az $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x})$ modellnek legalább egy megoldása létezik minden $\underset{\sim}{y} \in R^n$ esetén. Továbbá, ha a $\partial \underset{\sim}{h} / \partial \underset{\sim}{x}$ Jacobi mátrix minden megoldásnál nemszinguláris /egy-egy adott $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{y}_o$ értéknél/ akkor a megoldások száma páratlan és ezek strukturálisan stabilok /azaz az $\underset{\sim}{y}_o$-hoz tartozó $\underset{\sim}{x}_o \in \mathcal{D} \subset R^n$ megoldás esetén minden $\varepsilon > 0$-hoz tartozik $\delta > 0$ ugy, hogy $\underset{\sim}{x}_o$ ε sugaru környezetében létezik egy megoldás, ha $\| \underset{\sim}{h} - \underset{\sim}{h}_{\delta} \| < \delta$/. Egyéb eredményekből kiemeljük[SA71a,SA72] -t és a [SA 80] 4Tétel] -t.

<u>2.5.3 Tétel</u> [MA76]/lokális implicit függvény tétel kiterjesztése/

Amennyiben az I/O modell implicit van adva, azaz egy időfüggő

$$\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y}, t) : R^n \times R^m \times R \rightarrow R^m \qquad /2\text{-}17/$$

$\underset{\sim}{h} = \underset{\sim}{0}$ értékével adott egy $\underset{\sim}{x}_o$, $\underset{\sim}{y}_o$, t_o környezetében, $\underset{\sim}{x}$ a gerjesztés és $\underset{\sim}{y}$ a felelet, ugy amennyiben

/i/ $\underset{\sim}{h}$ és $\partial \underset{\sim}{h} / \partial(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y})$ folytonos

$\underset{\sim}{x}$ és $\underset{\sim}{y}$-ban és jobbról folytonos t-ben, és

/ii/ det $(\partial \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x}_o, \underset{\sim}{y}, t_o)\ \partial_y|_{\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{y}_o}) \neq 0$, akkor létezik $\underset{\sim}{x}_o$-nak, $\underset{\sim}{y}_o$-nak és t_o-nak egy olyan véges környezete: $U(\underset{\sim}{x}_o)$, $V(\underset{\sim}{y}_o)$ és $[t_o, t_o + \delta_1]$, hogy

- minden $U(\underset{\sim}{x}_o) \times [t_o, t_o + \delta_1]$ -beli $(\underset{\sim}{x}, t)$-re létezik egy egyértelmü $V(\underset{\sim}{y}_o)$-beli $\underset{\sim}{y}(\underset{\sim}{x}, t)$ megoldás és

- $\underset{\sim}{y}(\underset{\sim}{x}, t)$ folytonos $\underset{\sim}{x}$-ben és jobbról folytonos t-ben.

Ez utóbbi tétel statikus, de időfüggő I/O modellre is alkalmazható, sőt, amennyiben $\underset{\sim}{h}$-t operátorként értelmezzük /pl. integrál operátort is megengedünk benne, stb./, ugy dinamikus I/O modellekre is alkalmazható.

Fontos kérdés, hogy létezik-e statikus megoldás egy adott tartományban. Erre vonatkozó állitások és feltételek találhatók [WU74] -ben.

Megjegyzés:

A 2.5.3 tétel globális változata a globális implicit függvény tétel, mely szerint /l.pl. [IK 73], Appendix I./ ha $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y},\underset{\sim}{z}) = \underset{\sim}{0}$ esetén $\forall \underset{\sim}{y},\underset{\sim}{z}$ -re $\underset{\sim}{f}(\cdot, \underset{\sim}{y}, z)$ egy C^1 diffeomorfizmus, akkor létezik egyértelmü $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y},\underset{\sim}{z})$ úgy, hogy $\partial \underset{\sim}{g}/\partial \underset{\sim}{y} \in C^1$ és $\partial \underset{\sim}{g}/\partial \underset{\sim}{z} \in C^0$, feltéve, hogy $\partial \underset{\sim}{f}/\partial \underset{\sim}{y} \in C^1$ és $\partial \underset{\sim}{f}/\partial \underset{\sim}{z} \in C^0$.

B: időtartománybeli egyértelmüség

Az alábbiakban egy igen általános I/O modellre vonatkozó tételt adunk meg, majd a stabilitás feltétel keretében egy sokváltozós "visszacsatolt rendszer"-re /2-2.ábra/ vonatkozó általános eredményt ismertetünk.

2.5.4 Tétel [SA65a]

Adott az

$$\underset{\sim}{y}(t) = F(\underset{\sim}{u}/t/) \qquad /2\text{-}18/$$

operátor egyenlettel jellemzett I/O modell, ahol az F operátor $L^{2n} \longrightarrow L^{2n}$ leképzés /négyzetesen Lebesque integrálhatók a változóban/.

Feltesszük, hogy létezik egy funkcionál $M(u)$, melyre $M(\underset{\sim}{u}_1) = M(\underset{\sim}{u}_2)$, ha $\underset{\sim}{u}_1 = \underset{\sim}{u}_2$ majdnem mindenütt és $M(\beta \underset{\sim}{u}) \to 0$ ha $\beta \to 0$, valamint minden $\underset{\sim}{u}_1, \underset{\sim}{u}_2 \in L^{2n}$-re

$$\| F(\underset{\sim}{u}_1(t)) - F(\underset{\sim}{u}_2(t)) ; \infty \| \leq M(\underset{\sim}{u}_1 - \underset{\sim}{u}_2) \tag{2-19}$$

/: a normában ill. skalár szorzatban a ; után kitett érték a definiciós integrál felső határát jelzi:/

A fenti feltételek mellett F a "B" tulajdonsággal rendelkezik /egyértelmü választ ad egyértelmü feleletre/ akkor és csak akkor, ha

$$\langle F(\underset{\sim}{u}a) - F(\underset{\sim}{u}b), \underset{\sim}{u}a - \underset{\sim}{u}b ; \tau \rangle \geq$$

$$- M(\underset{\sim}{u}a_\tau - \underset{\sim}{u}b_\tau) \| \underset{\sim}{u}a - \underset{\sim}{u}b ; \tau \|$$

minden valós τ -ra és minden $\underset{\sim}{u}a(t)$, $\underset{\sim}{u}b(t)$ -re.

Az M létezésének elégséges feltétele szabadon ugy fogalmazható, hogy bármilyen különbségjelre "véges erősitésü" az operátor. /Az $y = x^{1/n}$, n egész, skalár operátor az $x = o$ környezetében pl. nem ilyen !/

A tétel igen általános és praktikusan nehezen ellenőrizhető feltételeket tartalmaz. Mégis utat mutat algoritmikusan is ellenőrizhető konkrét feltételek megtalálásához.

E: <u>korlátos gerjesztés - korlátos felelet tipusu stabilitás</u>

<u>2.5.5 Tétel</u> ([DV75] épitve Zames és Sandberg munkáira: [SA64, SA65b, ZA66])

Adott a 2-2.ábrán bemutatott rendszer I/O modellje /2-1/ és /2-2/ egyenletekkel jellemezve /e rendszermodell egy igen általános I/O modell/.

Tegyük fel, hogy H_1 és H_2 operátorok $\mathcal{H}_e \to \mathcal{H}_e$ leképzezések, továbbá

$$\underset{\sim}{u}_1,\ \underset{\sim}{u}_2 \in \mathcal{H} \to \underset{\sim}{e}_1,\ \underset{\sim}{e}_2 \in \mathcal{H}$$

$$H_1\, \underset{\sim}{o} = H_2\, \underset{\sim}{o} = \underset{\sim}{O}$$

Ezen feltételek mellett, ha

/i/ H_1 véges erősitésü $\left(\| H_1 \underset{\sim}{x} - H_1 \underset{\sim}{x}'; T\| \leq k_0 \| \underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{x}'; T\|\right)$ és szigoruan lokálisan passziv és

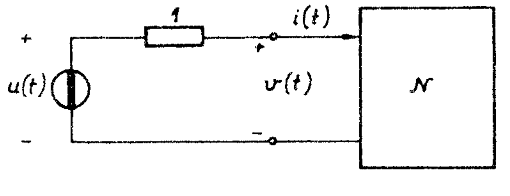
/ii/ H_2 lokálisan passziv $\left(\langle H_2 \underset{\sim}{x} - H_2 \underset{\sim}{x}'; \underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{x}'; T \rangle \geq 0\right)$ operátorok;

akkor

- minden $\underset{\sim}{u}_1$, $\underset{\sim}{u}_2$ gerjesztésre a feleletek $(\underset{\sim}{e}_1,\ \underset{\sim}{e}_2,\ \underset{\sim}{y}_1,\ \underset{\sim}{y}_2)$ egyértelmüek és
- az $(\underset{\sim}{u}_1, \underset{\sim}{u}_2) \to (\underset{\sim}{e}_1,\ \underset{\sim}{e}_2)$ leképzés, azaz a rendszer L^2 stabil.

Az L^2 stabilitás azt jelenti, hogy négyzetesen integrálható gerjesztésre négyzetesen integrálható feleletet kapunk. E tétel általánositását [VI7]-ben találjuk.

Érdekes felfigyelni arra, hogy ehhez hasonló állitást egy speciális n-kapura milyen egyszerüen nyerhetünk Youla egy korábbi eredményéből, melyben lineáris n-kapura összefüggést talált a passzivitás és stabilitás között. Nevezetesen a 2-8.ábrabeli esetben az alábbi állitás /Youla/ akkor is igaz, ha $\mathcal{N}$ nemlineáris n-kapu.



2-8.ábra

Amennyiben a 2-8.ábrabeli hálózatban $u \in L_e^2 \to v, i \in L_e^2$ és az $\mathcal{N}$ egykapura $v, i \in L_e^2$, akkor ha

/i/ $\mathcal{N}$ passziv

ugy

$u \in L_e^2$-ből következik, hogy

$$\|v\| \leq \|u\| \quad \text{és} \quad \|i\| \leq \|u\|$$

/korlátos gerjesztés - korlátos felelet/. Az állitás n változóra is igaz /bizonyitás [DV75 -ban/.

Fokszám elmélet /degree theory/

Végül e szakaszban megmutatunk egy tétel keretében egy olyan apparátust, melyet igen jól lehet használni a fenti tipusu problémák egy részének megoldásában.
Előbb a szükséges fogalmakat definiáljuk.

Adott egy $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) = \underset{\sim}{p}$ leképzés, $R^n \to R^n$, $\underset{\sim}{f} \in C^0$ a $\bar{D}$ zárt tartományban.
Amennyiben a $D \subset R^n$ nyilt tartomány kerületén, ∂D-n, $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) = \underset{\sim}{p}$-nek nincs megoldása, ugy $\underset{\sim}{f}$ fokszáma D-ben $\underset{\sim}{p}$-re vonatkoztatva, amit az $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) = \underset{\sim}{p}$ egyenlet D-beli megoldásainak algebrai összegeként (d) definiálunk a következő

$$d(\underset{\sim}{f}; \underset{\sim}{p}, D) = \deg(\underset{\sim}{f}; \underset{\sim}{p}, D) = \sum_{i=1}^{k} \operatorname{sgn} \det\left(\partial \underset{\sim}{f} / \partial \underset{\sim}{z}\right) \qquad /2\text{-}21/$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{\sim}{z}_i : \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}_i) = \underset{\sim}{p} \\ \underset{\sim}{z}_i \in D \end{array} \right\}$$

A fokszám tehát a megoldások algebrai összege, előjelet a Jacobi matrix determinánsának előjele ad. /det=0 esetén ld. [CW77]-ben/.

A $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{z}, \lambda)$ homotópia függvény $\bar{D}$-ben, ha $\underset{\sim}{h}$ folytonos, $\bar{D} \times [0,1] \rightarrow R^n$.

Egy homotópia függvény például

$$\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{z}, \lambda) = \lambda \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) + (1-\lambda)\underset{\sim}{z}$$

Amennyiben az $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z})$ fokszáma D-ben $\underline{p}$-re vonatkoztatva ± 1, ugy D-ben $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) = \underset{\sim}{p}$ egyenletnek legalább egy megoldása van és a megoldások száma páratlan. Ennek alapján a következő tétel segitségéel sokszor könnyen juthatunk egzisztencia tételekhez megfelelő ügyesen választott homotópia függvényekkel.

2.5.6 Tétel [CW77]

Ha a $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{z}, \lambda) = \underset{\sim}{p}$ egyenleteknek nincs megoldása a D tartomány határán ∂ D-n bármely $\lambda \in [0,1]$ esetén és $\underset{\sim}{h}$ homotópia függvény $\bar{D}$-ben, ugy

deg $(\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{z}, \lambda); \underset{\sim}{p}, D)$ értéke konstans, λ-tól függetlenül.

A tétel hasonló a komplex függvénytani reziduum tételhez, azaz a tartomány határán teljesülő feltételek és a tartomány belsejében lévő gyökök között kaptunk egyszerü összefüggést. Ha példázl egy adott $\underset{\sim}{f}$ esetén az előbb példaként bemutatott $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{z}, \lambda) = \lambda \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) + (1-\lambda)\underset{\sim}{z}$ homótópia függvény, ugy $\underset{\sim}{f}(z)$ fokszáma 1, mivel a $\lambda = 0$ esetén $\underset{\sim}{h} = \underset{\sim}{z}$ és a $\underset{\sim}{z} = \underset{\sim}{p}$ fokszáma triviálisan 1.

2.6 Állapottér modellekre vonatkozó eredmények: nemlineáris rendszerekre vonatkozó általános tételek és hálózatokbeli alkalmazások

A nemlineáris rendszer /hálózat-vagy rendszermodell/ jellemzésére most a /2-3/-beli állapottér leirást használjuk, azaz

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}\left(\underset{\sim}{x}(t),\ \underset{\sim}{u}(t)\right) = \underset{\sim}{f}\left(\underset{\sim}{x}, t\right) \qquad /2\text{-}3a/$$

$$\underset{\sim}{x}\left(t_o\right) = \underset{\sim}{x}_o$$

$$\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}\left(\underset{\sim}{x}(t),\ \underset{\sim}{u}(t)\right) = \underset{\sim}{h}\left(\underset{\sim}{x}, t\right) \qquad /2\text{-}3b/$$

Az $\underset{\sim}{f}\left(\underset{\sim}{x}, t\right)$ jelöléssel azt hangsulyozzuk, hogy általában $\underset{\sim}{f}$ az $\underset{\sim}{x}$-nek és a t-nek explicit függvénye /utóbbi sokszor $\underset{\sim}{u}(t)$ formában/.
Ezt nevezzük gyakran nem autonóm esetnek.
Ha $\underset{\sim}{f}$ csak az $\underset{\sim}{x}$-nek függvénye $/\underset{\sim}{f} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x})$;/ akkor autonóm esetről beszélünk /pl. szabadonfutó oszcillátor/.

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy az A-F kvalitativ tulajdonságoknak mik az /i/ általános és a /ii/ nemlineáris hálózat vagy rendszer épitőelemein és összekapcsolási módjain ellenőrizhető feltételei. Utóbbi esetben a nemlineáris strukturát egy- és többkapukból összekapcsolt hálózatnak tekintjük. Ekkor az összekapcsolások bonyoltabb esetét vizsgáljuk, mint a rendszermodell esetén, ahol az épitőelemek az összekapcsolás során "nem terhelik egymást". Általában az általános, nem autonom esetet vizsgáljuk, néhol utalunk arra, hogy autonóm esetben milyen élesebb feltételeket lehet tenni.

2.6.1 Statikus megoldás /A/

A statikus megoldás létezésének általános feltételei érdemben nem különböznak az I/O modellnél tárgyaltaktól /ld.2.5 szakasz A része/, van azonban két kérdés, amely a feltételeknek az épitőelem n-kapukon való ellenőrzése szempontjából megválaszolandó. Az egyik az, hogy milyen feltételek mellett kapcsolhatók össze tetszőlegesen az algebrai n-kapuk /algebrai egyenletrendszerrel leirt n-kapuk/ azaz milyen feltételek mellett létezik egy n-kapunak mind a 2^n számu különböző hibrid leirása. A másik kérdéskör az összekapcsolás invariáns tulajdonságok feltételeinek meghatározása. Nevezetesen, ha az épitőelem algebrai n-kapuk passzivak, lényegében passzivak, stb., akkor milyen feltételek mellett tartja meg e tulajdonságokat az épitőelemekből összekapcsolt n-kapu.

2.6.1.1 Tétel [CH'78]

Adott egy algebrai n-kapu egy $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{x})$, $\underset{\sim}{h} \in C^1$ hibrid leirással. Amennyiben $\forall \underset{\sim}{x} \in R^n$-re

$$/i/ \quad J_h \triangleq \partial \underset{\sim}{h} / \partial \underset{\sim}{x} \triangleq \underset{\sim}{h}_x \quad P\text{matrix, azaz}$$

minden főminora $>$ 0 és

$$/ii/ \quad \lim_{\|x\| \to \infty} |h_j(\underset{\sim}{x})| = \infty \quad j = 1, 2, \ldots n,$$

ugy az n-kapunak mind a 2^n számu hibrid leirása létezik.

2.6.1.2 Tétel [CG76a]

Adott

$$\underset{\sim}{z}_R^{\alpha} = \underset{\sim}{g}_R^{\alpha}\left(\underset{\sim}{y}_R^{\alpha}\right) \in C^{/u}, \quad /u \geq 1$$

leirásokkal jellemzett n - kapuk /α =1,2.../ összekapcsolt halmaza, $\underset{\sim}{z}_R^{\alpha}$ és $\underset{\sim}{y}_R^{\alpha}$ feszültségeket és áramokat tartalmaznak /ha $\underset{\sim}{z}$-ben az i-edik változó egy kapu feszültsége, akkor $\underset{\sim}{y}$-ban az i-edik változó ugyanezen kapu árama, vagy megforditva/. Amennyiben a független változó feszültség ugy feszültségkapuról, amennyiben áram, ugy áramkapuról beszélünk.

Ha a feszültségkapuk és feszültséggenerátorok nem alkotnak hurkot, valamint az áramkapuk és áramgenerátorok nem alkotnak vágatot, akkor

/i/ az összekapcsolt eredő n-kapu $\underset{\sim}{z}=\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y})$ leirása létezik és $\underset{\sim}{g} \in C^{\mu}$ továbbá

/ii/ ha $\underset{\sim}{g}_R^{\alpha}(.)$ passzivak, ugy $\underset{\sim}{g}(.)$ is passziv

/iii/ ha $\underset{\sim}{g}_R^{\alpha}(.)$ lokálisan passzivak ugy $\underset{\sim}{g}(.)$ lokálisan passziv és

/iv/ ha továbbá a feszültség és áramkapuk, valamint a feszültség /ill. áram/ generátorok együttesen sem alkotnak hurkot /ill. vágatot/, ezt nevezzük alapvető topológiai hipotézisnek /ATH/, ugy, ha $\underset{\sim}{g}_R^{\alpha}(.)$ szigoruan lokálisan passzivak ugy $\underset{\sim}{g}(.)$ is szigoruan lokálisan passziv.

A [CG76a] dolgozatban még egy sor hasonló eredményt találunk. A fentieknek nagy szerepe van az egyes kvalitativ tulajdonságok feltételeinek az épitőelem n-kapukon való ellenőrzésében.

A statikus /DC/ megoldás unicitásával részletesen itt nem foglalkozunk. A [RO73]-beli összefoglalás és eredmények óta egy jelentősebb hozzájárulásra utalunk [NW78] .

2.6.2 Időtartománybeli megoldás (B)

Az időtartománybeli megoldás létezésére vonatkozó egyik legáltalánosabb tétel az alábbi u.n. Peano-tétel, mely folytonos állapottérben garantál legalább egy folytonos megoldást egy véges intervallumon.

2.6.2.1 Tétel /Peano, ld, pl. [HA64] -ben/

Adott $\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}, t)$, $\underset{\sim}{f}: R^n \times R^1 \to R^n$, $\underset{\sim}{f} \in C^0$ a $t_0 \leq t \leq t_0 + a$: Θ_1 intervallumban és

$$|\underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{x}_0| < b \quad : S \text{ tartományban.}$$

Ha

$$M: \quad M \geq \left| \underset{\sim}{f}\left(\underset{\sim}{x},\ t\right)\right| \text{ az } S \times \Theta_1 \text{ - n,}$$

akkor a fenti feltételek mellett létezik legalább egy $\underset{\sim}{x}(t) \in C^0$ a

$$t^0 \leq t \leq t_0 + \alpha \quad : \Theta_2 \text{ időintervallumon,}$$
$$\alpha = \min\left\{a, b/M\right\}^0 .$$

Bár e tétel elégséges feltétel, jól látható belőle /és a bizonyitásából [HA64] ,hogy a C^0-beli megoldás létezésének intervallumára csak $\underset{\sim}{f}$-től és $\underset{\sim}{x}$-től függő becslés adható. A következő szakaszban látni fogjuk, hogy ahhoz, hogy a teljes időintervallumra garantáljuk a folytonos /és véges/ megoldást, erősebb feltételek szükségesek.

A gyakorlatban vizsgált nemlineáris hálózatok és rendszerek szinte kivétel nélkül teljesitik a Peano tétel feltételeit, legalábbis abban az értelemben, hogy az állapottér függvény folytonos, igy legalább egy megoldás egy véges intervallumban létezik.

Az időtartománybeli megoldás unicitása már kritikusabb kérdés. Általában az u.n. Lipschitz feltételt szokták emliteni, mint követelményt az unicitáshoz [HA64] .
Az $\underset{\sim}{f}\ (\underset{\sim}{x}, t)$ teljesiti a Lipschitz /L/ feltételt egy adott $\underset{\sim}{x} \in \mathcal{D}$, $t \in \Theta$ tartományban akkor és csak akkor, ha $\| \underset{\sim}{f}\,(\underset{\sim}{x}_2, t) - \underset{\sim}{f}\ \underset{\sim}{x}_1(t) \| \leq k_L \| \underset{\sim}{x}_2 - \underset{\sim}{x}_1 \|$, minden $\underset{\sim}{x}_2$, $\underset{\sim}{x}_1 \in \mathcal{D}$ -re, $\| \cdot \|$ a szokásos euklideszi norma k_L a Lipschitz konstans.

Sajnos azonban a L feltétel teljesülése egyrészt sokszor feleslegesen szigoru, és szükségtelen feltétel, másrészt nemlineáris hálózatok egy jelentős részére nem igaz az az állitás, hogy ha az épitőelem n-kapuk karakterisztikái L feltételt teljesitenek, ugy az eredő nemlineáris struktura állapottér függvénye is L feltételt fog teljesiteni - más kérdés, hogy amint azt jeleztük, erre nincs is feltétlenül szükség.

A L feltételnél részben lazább feltételt tartalmaz az alábbi állitás, melynek fontosságát a 3 fejezetbeli eredmények motiválják.

2.6.2.2 Tétel [HA64]

Adott $\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}\,(\underset{\sim}{x},t) \in C^k$ a

$$\Theta : [t_o,\ t_o + a] \quad \text{és} \quad S: |\underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{x}_o|\ b$$

tartományon.

Ha

$$\langle \underset{\sim}{f}\ (\underset{\sim}{x}''\ (t) - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}',t),\ \underset{\sim}{x}'' - \underset{\sim}{x}' \rangle \geq 0$$

minden $\underset{\sim}{x}''$, $\underset{\sim}{x}' \in S$, $t \in \Theta$-n akkor

$S \times \Theta$ -n legfeljebb egy C^k-beli megoldás van.

2.6.3 Véges idejü korlátosság / C /

Mint láttuk, a 2-7. ábrabeli áramkör egy adott t_o utáni időben végtelen jelértéket produkál. Lényeges tehát a kérdés, vajon a nemlineáris rendszereknek mik azok a várhatóan általános feltételei, amelyek mellett végesek maradnak a jelek.

2.6.3.1 Tétel [CG76b]

Amennyiben a nemlineáris rendszer állapottér modellje a /2-3 c/ egyenlet szerinti állapotegyenlet, azaz

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = - \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{p}\ (\underset{\sim}{x}),\ \underset{\sim}{u}\ (t)\right) \qquad /2\text{-}22/$$

és

/i/ $\underset{\sim}{p}\,(\underset{\sim}{x})$ olyan C^1 állapotfüggvény, melyre

$$\nabla P\ (\underset{\sim}{x}) \triangleq \underset{\sim}{p}\ (\underset{\sim}{x}),\ \lim_{|\underset{\sim}{x}| \to \infty} P(\underset{\sim}{x}) = +\infty \qquad /2\text{-}23/$$

/ii/ a $\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y},\ \underset{\sim}{u}\right) \in C^o$-ra pedig igaz, hogy

$$\langle \underset{\sim}{y},\ \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y},\ \underset{\sim}{u}\right) \rangle \geq -k \qquad /2\text{-}24/$$

minden $\underset{\sim}{u} \in R^r$ gerjesztés és $\underset{\sim}{y} \in R^n$, $k \geq 0$-ra, akkor a nemlineáris rendszer véges időben korlátos.

A 2.6.3.1-tételbeli feltételek igen lazák - ugyanakkor konkréták - sőt a /2-24/-beli feltétel még enyhithető azzal [CG76b], hogy csak az

$$\langle \underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u})\rangle \geq -\gamma \|\underset{\sim}{y}\|^2 \; ; \; \forall \|\underset{\sim}{y}\| > k$$

feltételt támasztjuk, ami pl. intuitiven annyit jelent, hogy a $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u})$ algebrai n-kapu nem aktivabb, mint egy lineáris aktiv n-kapu. Ez esetben a $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ -re vonatkozó feltétel kicsit erősebb, nevezetesen ennek lényegében erősen lokálisan passzivnak [CG76b] kell lenni. A memória-mentes rész n-kapukra megfogalmazva pedig az alábbi tétel érvényes.

<u>2.6.3.2 Tétel</u> [CH78]

Véges időben korlátos a /2-22/-vel leirt hálózat, amennyiben a 2.6.3.1 Tétel /i/ feltétele teljesül - valamint nincs olyan feszültség /ill. áram/ generátor, amely hurkot /ill. vágatot/ alkot kapacitásokal, induktivitásokkal és más feszültség /ill. áram/ generátorokkal, ezt nevezzük topológiai hipotézisnek /TH/ - továbbá a memóriamentes rész n-kapukra érvényes, hogy $\langle \underset{\sim}{y}_R^{\alpha}, \underset{\sim}{g}_R^{\alpha}(\underset{\sim}{y}_R^{\alpha})\rangle \geq -k_{\alpha}, k_{\alpha} \geq 0, \underset{\sim}{y}_R^{\alpha} \in R^{n_{\alpha}}$.

<u>2.6.4 Egyértelmü numerikus integrálhatóság</u> /D/

A gerjesztés ismeretében a jelek /időfüggvények/ meghatározása, konkrét kiszámitása az állapotegyenlet valamilyen formájának numerikus integrálásával történik [KK72, KK79] Olyan esetekben, amikor a nemlineáris strukturában "nagy és kis időállandók" egyszerre vannak jelen - és ez a gyakori eset - a /2-15/ egyenletbeli implicit integráló formulát használják - praktikus, jelentős müveletszámot megtakaritó okokból.

Az explicit formulánál ugyanis a legkisebb időállandó – még abban az időtartományban is, amikor már lecsengett! – behatárolja a legnagyobb lépést. E felett ugyanis a formula instabillá válik. Ennek illusztrálására tekintsük az alábbi nagyon egyszerü példát. A két integráló formulával a megoldást a t = 0,T,2T, 3T... NT időpillanatokban számitjuk ki és azt követeljük meg, hogy a numerikus megoldás $N \to \infty$ esetén legalább kvalitative közelitsen az analitikus megoldáshoz, azaz 0-hoz /a formula stabilitásának egy definiciója/.

Megoldandó egyenlet és megoldása	$\dot{x} = -ax = f(x)$; $a>0$ $x(t) = x_0 e^{-at}$; $x_0 = x(0)$ $x(\infty) = 0$	
Integráló formula; időlépés: $T > 0$	explicit: $x_{k+1} = x_k + T\dot{x}_k$;	implicit $x_{k+1} = x_k + T\dot{x}_{k+1}$.
x_1, x_2 és x_N értékek a két formulával számolva	$x_1 = x_0 - Tax_0$ $x_1 = x_0(1-aT)$	$x_1 = x_0 - Tax_1$ $x_1 = x_0/(1+Ta)$
	$x_2 = x_1 - Tax_1$ $x_2 = x_1(1-Ta) =$ $= x_0(1-Ta)^2$	$x_2 = x_1 - Tax_2$ $x_2 = x_1/(1+Ta) =$ $= x_0/(1+Ta)^2$
	$x_N = x_0(1-Ta)^N$;	$x_N = x_0/(1+Ta)^N$
Annak feltétele, hogy $x_N \to 0$, ha $N \to \infty$	$\|1-Ta\| < 1$; $T < \frac{2}{a}$	$\left\|\frac{1}{1+Ta}\right\| < 1$; T minden értéke /ennek az előirt pontosság szab határt!/

Az időfüggvényértékek pontonkénti kiszámitásánál természetesen minden lépésben a /2-15/ egyenlet egyértékü megoldását követeljük /egy időfüggvény numerikusan nem "ágazhat el"!/. Lehetőleg nagy időlépést kivánunk venni /T/ ezt korlátozza az előirt pontosság és a formula stabilitása.

Ha egy adott relative nagy T értéknél /2-15/ megoldása nem egyértékü, akkor legalább azt kell megkövetelni, hogy elég kis /de véges!/ T értékre egyértékü legyen a megoldás /T=O esetére természetesen definiciószerüen választhatjuk az $\underset{\sim}{x}_{k+1} = \underset{\sim}{x}_k$ értéket/. A /2-15/ egyenletet az állapotegyenlettel felirva kapjuk

$$\underset{\sim}{x}_{k+1} = \underset{\sim}{x}_k^* + T\, b_{-1} \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}_{k+1}, \underset{\sim}{u}(t_{k+1})) \qquad /2\text{-}25/$$

A /2-25/ egyértelmü megoldhatóságának adott véges T érték melletti ellenőrizhető feltételeire bipoláris tranzisztoros-diódás áramkörökre vonatkozó eredmények találhatók [SA70] és [RK73]-ban. Röviden összefoglalva annyit mondhatunk, hogy amennyiben a karakterisztikák szigoruan monoton növekedőek, ugy véges, elég kicsi T értékre mindig egyértelmü a megoldás és a konkrét T értékre az egyértelmüség ellenőrizhető. Negativ meredekség esetén azonban még ez sem igaz.

2.6.5 Korlátos gerjesztés- korlátos felelet (E)

A stabilitásnak többféle definiciója közül /ld.pl. [CG76b] és [CH80a]-beli összefoglalásukat/ először a korlátos felelet tipusu stabilitást vizsgáljuk.

Ljapunov klasszikus eredményét alkalmazva /kiegészitett egyéb eredményekkel/ összefoglalva az alábbi tételt fogalmazhatjuk meg [CG76b]

2.6.5.1 Tétel

Adott az $\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}, t)$ nemautonóm állapotegyenlet, $\underset{\sim}{f}: R^n \times R^1 \rightarrow R^n \in C^1$.

Tegyük fel, hogy valamely $k_o > 0$-hoz létezik egy $V(\underset{\sim}{x})$: $R^n \rightarrow R^1 \in C^1$ függvény olymódon, hogy

$$/i/\ \lim_{\|\underset{\sim}{x}\| \to \infty} V(\underset{\sim}{x}) = +\infty$$

és

$$/ii/ \left\langle \frac{\partial V(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}, \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}, t) \right\rangle \le 0$$ minden $\|x\| > k_o$ és minden $t \in R^1$ esetén.

A fenti feltételek mellett az állapotegyenlet megoldása korlátos /oszcilláló megoldás lehet/.

Természetesen ez a tétel speciális esetként az autonom állapotegyenletre is vonatkozik.

A tétel - mely elégséges feltételt ad - konkrét és konstruktiv alkalmazásához meg kell találni a megfelelő $V(\underset{\sim}{x})$ függvényt /Ljapunovfüggvény/, amely elég szigoru és ellenőrizhető feltételeket eredményez. Érdekes, hogy egészen a közelmultig, tudomásunk szerint, ilyen eredményeket csak reciprok strukturákra sikerült elérni, azaz olyan esetekben, amikor az állapotegyenlet függvény $(\underset{\sim}{f})$ Jacobi mátrixa szimmetrikus. /Ez esetben ugyanis képezhető egy F állapotfüggvény, $\nabla F = \underset{\sim}{f}$) .

Nem reciprok esetre 1974-ben sikerült eredményeket elérni [CG76b,CG76c]/publikáció 1976-ban/ azt kihasználva, hogy - jóllehet $\underset{\sim}{f}$ nemreciprok - az $\underset{\sim}{f} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}))$ függvényben $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ reciprok. Az állitás a következő.

<u>2.6.5.2 Tétel</u> [CG76b,CG76c] .

Adott az (i) $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}))$ ill. /ii/ $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}), \underset{\sim}{u}(t))$ állapotegyenlettel leirt nemlineáris hálózat vagy rendszer.

Tegyük fel, hogy $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ C^1 állapotfüggvény és a $\nabla P \triangleq \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ -el definiált P függvény C^2-beli, valamint

$$\lim_{\|\underset{\sim}{x}\| \to \infty} \left\{ \|\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})\| \text{ és } P(\underset{\sim}{x}) \right\} = +\infty$$

Amennyiben a $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}) \in C^0$ lényegében passziv, ugy az /i/ állapotegyenlet minden megoldása korlátos.
Amennyiben $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}) \in C^0$ lényegében passziv és a gerjesztés korlátos, azaz $\|u(t)\| \leq k_1, \forall t \in R^1$, akkor a /ii/ állapotegyenlet minden megoldása korlátos.

A tétel nem mondja meg, vajon a megoldás aszimptotikusan stabil, vagy periódikus megoldáshoz tart, csak annyit, hogy a felelet korlátos /erre vonatkozó állitások [CG76b, CG76c] -ben találhatók/.
[CG76c]-ban a tétel hálózatokra van megfogalmazva, amikor $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ a 2-1 Példa szerint a reaktiv veszteségmentes n-kapu jellemzője, $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y})$ pedig a memóriamentes n-kapué.
A 2.6.5.2 Tétel állitásának bizonyitásában azonban [CG76b, CG76c]-ben nem használják ki azt, hogy $\underset{\sim}{p}$ és $\underset{\sim}{g}$ a 2-1 Példabeli modellből származnak. A 2-2 Példabeli esetre vonatkozó állitást tartalmaz még a [KL79] dolgozat.

Nemlineáris hálózatokban a 2.6.5.2 Tétel alkalmazása azt jelenti, hogy az épitőelem n-kapukon ellenőrizhető feltételeket és összekapcsolási lehetőségeket kell megadni. Erre vonatkozik a következő tétel.

<u>2.6.5.3 Tétel</u> [CG76c]

Amennyiben a reaktáns n-kapu leiró egyenlete $\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) \in C^1$ a Jacobi matrix $\underset{\sim}{p}_x(x)$ szimmetrikus, ugy $P(\underset{\sim}{x})$ létezik.
Ha $\underset{\sim}{p}$ re és P-re a 2.6.5.2 Tétel-beli feltételek teljesülnek és a memóriamentes n-kapu épitőelem n-kapui lényegében passzivak és ezen n-kapuk feszültségkapui és/vagy áramkapui a feszültséggenerátorokkal /ill. áramgenerátorokkal/ nem alkotnak hurkot /ill.vágatot/ ugy a megoldás korlátos gerjesztés esetén korlátos.

Megjegyezzük, hogy a reaktáns n-kapu szigoruan lokálisan passziv volta biztositja a két limes feltétel teljesülését, a szigoru lokális passzivitás tulajdonság algebrai n-kapu esetén pedig a korábbiak szerint összekapcsolás invariáns tulajdonság.

A korlátos gerjesztés-korlátos feleletként definiált stabilitás mellett használjuk a lokális aszimptotikus stabilitás, a komplett /aszimptotikus/ stabilitás és a globális aszimptótikus stabilitás fogalmát. A rendszer lokálisan aszimptótikusan stabil, ha az $\dot{x}=0$ egyensulyi pont kis környezetéből a rendszer visszatér $t \to \infty$-ben az egyensulyi pontba. /Klasszikus eredmény az, hogy egy $\dot{x}=f(x)$ lokálisan aszimptotikusan stabil, egy x^* pontban, ha a $\partial f / \partial x$ Jacobi matrix sajátértékei negativ valós részüek e pontban/. Egy rendszer kompletten /aszimptótikusan/ stabil, ha konstans gerjesztésvektorhoz tartó gerjesztés esetén a rendszerjellemzők is konstans vektorhoz vagy vektorokhoz tartanak. Ha ezen tulmenően a megoldás egyetlen konstans vektorhoz tart, ugy globálisan aszimptótikusan stabil a rendszer. A legfontosabb eredményeket összefoglalva tartalmazza [CH80a] Itt mindössze az egyik legjellemzőbb eredményt ismertetjük.

2.6.5.4 Tétel

Adott az $\dot{x}=-g(p(x))$ egyenlettel jellemzett hálózat vagy rendszer $p(x)$ egy C^1-beli szigoruan lokálisan passziv állapotfüggvény, $R^n \to R^n$-re. A $g(\cdot)$ memóriamentes rész pedig szigoruan passziv egy y^* pontra vonatkoztatva, azaz $\langle y - y^*, h(y) \rangle > 0 \quad \forall y \in R^n \quad y \neq y^*$. Ez esetben $x^* = h(y^*)$ az egyetlen egyensulyi pont /statikus megoldás/, amely aszimptótikusan stabil.

A komplett stabilitásra vonatkozó tételek elég korlátozottak. Az egyik legfontosabb nyitott kérdés az, hogy nemreciprok lokálisan aktiv memóriamentes esetben hogyan dönthető el, gyakorlatban használható erős feltételekkel, a komplett stabilitás, amely általában paraméterfüggő/ l: [CH80a] végső konkluzióját/.

2.6.6 Periódikus gerjesztés - azonos periódusu felelet / F /

Az előző szakaszban azt vizsgáltuk, hogy a korlátos gerjesztés korlátos feleletet ad-e. Periódikus /vagy majdnem periódikus; ld.pl.[CH78] 159. old./ gerjesztés esetén fontos kérdés, vajon a periódikus felelet egyértelmü-e, azaz pl. nincs-e egy szubharmonikus vagy kvázi szubharmonikus megoldás. Érdekes, mérési eredményekkel illusztrált példát találunk CG76c-ben ez utóbbi esetre. A [CG76c]-beli eredményeket vizsgálva felmerülhet az a sejtés, hogy ha az állapottér modellben a $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ egy C^1 szigoruan lokálisan passziv diffeomorf állapotfüggvény a $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \cdot)$ pedig $\underset{\sim}{y}$-ban lokálisan passziv lényegében passziv diffeomorfizmus $R^n \to R^n$-re, akkor a korlátos T periódusu gerjesztésre egyértelmü T periódusu a felelet. A sejtés, amint azt az előbb emlitett példa, mint ellenpélda bizonyitja, nem igaz. Az alábbi tétel tartalmazza azt a feltételt, ami biztositja ez utóbbi állitás /F tulajdonság/ fennállását a /2-22/ állapottér leirással rendelkező nemlineáris struktura esetén.

2.6.6.1 Tétel [CG76b]

Adott a /2-22/ egyenlettel jellemzett nemlineáris rendszer. Tegyük fel, hogy /i/ $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ C^1 állapotfüggvény és /ii/ a P potenciál függvény $(\nabla P = \underset{\sim}{p})$ C^2-beli, valamint

$$\lim_{\|\underset{\sim}{x}\| \to \infty} \left\{ |\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})| \text{ és } P(\underset{\sim}{x}) \right\} = +\infty .$$

Amennyiben a $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \cdot) \in C^0$ lényegében szigoruan passziv és $\underset{\sim}{u}(t)$ T periódusu, ugy $\underset{\sim}{x}(t)$ is T periódusu.

Az autonom esetben $(\underset{\sim}{u} = \text{áll.})$ ekkor legalább egy egyensulyi /egyenáramu/ megoldás van.

Amennyiben a nemlineáris rendszert a 2-1 Példa szerinti hálózatban realizáljuk, ugy az alábbi tétel adja a feltételeket.

2.6.6.2 Tétel [CG76b,CG76c]

Tegyük fel, hogy a reaktáns veszteségmentes n-kapu leírófüggvénye $\underset{\sim}{p}\left(\underset{\sim}{x}\right)$ teljesiti a 2.6.6.1 Tételbeli /i/ és /ii/ feltételeket. Tegyük fel továbbá, hogy a memóriamentes n-kapu épitőelem n-kapui lényegében szigoruan passzivak és elég gyorsan növekedő függvények, nevezetesen

$$\lim_{\|\underset{\sim}{y}_R^{\alpha}\| \to \infty} \left\langle \underset{\sim}{y}_R^{\alpha}\,,\ \underset{\sim}{g}_R^{\alpha}\left(\underset{\sim}{y}_R^{\alpha}\right)\right\rangle \frac{1}{\|y_R^{\alpha}\|} = +\infty$$

Amennyiben az épitőelem n-kapuk feszültségkapui és/vagy áramkapui a feszültséggenerátorokkal /ill. áramgenerátorokkal/ nem alkotnak hurkot /ill. vágatot/ akkor $\underset{\sim}{u}\left(t\right)$ T periódusu gerjesztésre a felelet egyértelmü $\underset{\sim}{x}_{TP}\left(t\right)$ /T periódusu/.

Kisjelü periódikus gerjesztésekre vonatkozó hasonló tételek találhatók még [CG76b,CG76c]-ben.

A fenti feltételek nem teljesülése esetén, amennyiben pl. szubharmonikus megoldás is van, akkor az analizis program az egyiket kiszámolja, a másikat nem, vagy numerikus oszcilláció jöhet létre.

Periódikus autonom megoldás részletes vizsgálatára hasznos eszköznek bizonyult a Hopf-féle bifurkációs tétel alkalmazása [MC79] .

2.7 A strukturális stabilitás vizsgálata - korrekt kitüzésü feladatok -realizálhatóság

A 2.5.2 Tétel keretében - statikus esetben - már felvetődött a kérdés; ha a nemlineáris rendszer "kicsit" megváltozik /ott $\underset{\sim}{h}\left(\cdot\right)$ változott meg/ vajon a jellemzők is csak kicsit, kvantitative változnak-e /strukturálisan stabil-e/. Ugyancsak felvethető az a kérdés, hogy amennyiben az egyenáramu megoldások végesek és izoláltak, vajon a dinamikus hálózat egyensulyi megoldásai is végesek és izoláltak-e. Végül, általánosabban fogalmazva azt vizsgáljuk, hogy a nemlineáris hálózat vagy rendszer egyes paramétereit, karakterisztikáit folytonosan változtatva, folytonosen változnak-e a struktura jellemzői, azaz megőrződnek-e a kvalitativ tulajdonságok. Az elmult években ezekre a kérdésekre sokféle módon kerestek választ [TH75, FA76 stb.] , bennünket azonban sokkal konkrétabb, ugyanakkor speciális esetek érdekelnek. A hálózatelméleti problémákra adott válaszokban sokszor differenciálgeometriai apparátust használtak, főleg a részsokaságok tranzverzalitásának feltételére vezették vissza a strukturális stabilitás kérdését[MC77, CM79]. A bizonyitások alapja, nemlineáris hálózatok esetén, általában a következő gondolatmenet.

A Kirchhoff egyenletek ($B\underset{\sim}{v} = \underset{\sim}{o}$ és $Q\,\underset{\sim}{i} = \underset{\sim}{o}$) a $(\underset{\sim}{v},\underset{\sim}{i}) \in R^b x R^b$ változókra b számu kötést irnak elő, azaz $(\underset{\sim}{v},\underset{\sim}{i}) \in K$ az u.n. Kirchhoff tér, egy b dimenziós lineáris altér / $b = n_R + n_L + n_C$, azaz az ágak száma adott RLC nemlineáris hálózatban az ellenállás, induktivitás és kapacitás ágak összege/. A memóriamentes n-kapu $(\underset{\sim}{v}_p, \underset{\sim}{i}_p)$ kapuváltozói és a belső csatolt ellenállások változói $(\underset{\sim}{v}_R, \underset{\sim}{i}_R)$ az ellenállások karakterisztikái adta előirások miatt nem lehetnek tetszőlegesek, változóikra $(\underset{\sim}{v}=(\underset{\sim}{v}_R, \underset{\sim}{v}_P)$; $\underset{\sim}{i} = (\underset{\sim}{i}_R, \underset{\sim}{i}_P))$ n_R számu egyenlet elő van irva, tehát

$$(\underset{\sim}{v}, \underset{\sim}{i}) \in \Lambda \subset R^b \times R^b$$

ahol Λ egy /$2b-n_R$/ - dimenziós részsokaság. Az n-kapu változóinak lehetséges tere, az u.n. konfiguráció tér Σ tehát

$$(v, i) \in \Sigma \triangleq \Lambda \cap K$$

Amennyiben $\Lambda \cap K \neq \emptyset$ /üres halmaz/, úgy a rezisztiv n -kapu strukturális stabilitása a $\Lambda \pitchfork K$ feltételre /Λ tranzverzális K-val/ visszavezethető. Intuitive ez a két részsokaság "nem tangenciális" voltát jelenti, azaz pl. a 3 dimenzióbeli 2 dimenziós felületek nem érintőlegesen találkoznak és nem diszjunktak. Ha X és Y részsokaságokat ugy definiálunk, hogy $X = \{\underset{\sim}{x} \in R^n \mid \underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{x}) = 0,\ \underset{\sim}{F}_{\underset{\sim}{x}}(\underset{\sim}{x})$ rangja $n-m\}$ és $Y\{\underset{\sim}{x} \in R^n \mid \underset{\sim}{G}(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{0},\ \underset{\sim}{G}_{\underset{\sim}{x}}(\underset{\sim}{x})$ rangja $n-e$, $\underset{\sim}{F}: R^n \to R^{n-m}$, $\underset{\sim}{G}: R^n \to R^{n-e}\}$ $\underset{\sim}{F}, \underset{\sim}{G} \in C^1$, ugy, ha $\begin{bmatrix} \underset{\sim}{F}_{\underset{\sim}{x}} \\ \underset{\sim}{G}_{\underset{\sim}{x}} \end{bmatrix}$ rangja $n-m+n-e$, akkor $X \pitchfork Y$. E helyen, egyetlen /ezzel az apparátussal bizonyitott/ eredményt ismertetünk.

Az egyenáramu statikus megoldás strukturális stabilitásával már foglalkoztunk a 2.5.2 Tétel kapcsán. Most arra adunk választ, hogy mi a kapcsolat a statikus és a dinamikus DC megoldás között.

<u>2.7.1 Tétel</u> [MC77]

Adott az $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}), (\underset{\sim}{u})\right)$ egyenlettel jellemzett nemlineáris hálózat, ahol $\underset{\sim}{u}$ = áll. E hálózat /2-1 Példa/ egyenáramu /DC/ megoldásait a $\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}), \underset{\sim}{u}\right) = \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u}) = \underset{\sim}{0}$ egyenlet megoldásai adják.

Helyettesitsük az $\mathcal{N}$ hálózat minden kapacitását szakadással, induktivitásait rövidzárral. Az igy kapott $\mathcal{N}_{RG}$ rezisztiv hálózatnak tegyük fel, hogy csak véges számu, izolált megoldása van /rezisztiv DC megoldások/.

Az $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}), \underset{\sim}{u}\right)$ egyenletnek ugyancsak véges számu izolált egyenáramu megoldása van akkor és csak akkor, ha nincs kapacitiv vágat és induktiv hurok a hálózatban.

Amint a rendszer dinamikus viselkedését vizsgáljuk eljutunk az u.n. korrekt kitüzésü <u>/well-posed/ feladatok</u> köréhez. A korrekt kitüzésü feladatoknak többféle értelmezése terjedt el. Az alábbiakban összefoglaljuk a további vizsgálatok szempontjából legfontosabbakat.

/i/ Az állapotegyenlet a /2-3/ egyenletek formájában felirható [MV80]

/ii/ Az állapotegyenlet a /2-3/ egyenletek formájában felirható, valamint egy adott $\mathcal{D}\times\Theta$ tartományon, $\underset{\sim}{x}_o \in \mathcal{D}, \mathcal{D} \subset R^n \Theta: [t_o, t_o + \varepsilon]$ $\varepsilon > 0$, létezik és egyértelmü a megoldás / [IK73] -ban hallgatólagosan ezt követelik meg/.

/iii/ Tegyük fel, hogy $\Lambda \cap K$ egy, a fentiekben definiált RLC nemlineáris hálózatban /ezt a fentiek szerint a Kirchhoff egyenletek és az épitőelem karakterisztikák - K és Λ megadása - megfelelő derivált mátrixainak rangjával lehet ellenőrizni/. A feladat korrekt kitüzésü, ha a konfigurációtér és a kapacitiv feszültségek és induktiv áramok tere közötti leképezés egy adott kezdeti érték környezetében lokális C^1 diffeomorfizmus. Ezen feltételt megsértő pontok az u.n. holtpontok [CM80].

/iv/ A korrekt kitüzést a lokális megoldhatósággal definiálva kapjuk [CH80a, CH80b] - lényegében a /iii/-beli definiciót egyszerüsitve- hogy a /2-3a/ egyenletbeli $\underset{\sim}{f}$-nek $\underset{\sim}{x}_o$ egy adott ε környezetében $\left(\left[|\underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{x}_o| < \varepsilon\right] \times \Theta : [t_o, t_o + \varepsilon]\right)$-ban C^1-belinek kell lennie, ahol $\underset{\sim}{x}$ a kapacitások töltéseit, az induktivitások fluxusait tartalmazza. Ez esetben nincs "holtpont" /egy holtpont lehet pl. ott, ahol $\underset{\sim}{f}$ végtelenné válik/.

<u>Realizálhatónak</u> mondunk egy /2-3/ egyenlettel jellemzett hálózatot vagy rendszert, ha a következő realizálhatósági feltételek teljesülnek: adott kezdeti értékből kiindulva az időtartománybeli megoldás létezik és egyértelmü, valamint a véges időben korlátos. A realizálhatóságot vizsgálhatjuk egy adott korlátos állapottér és idő tartományában is. E feltételek mindössze a legalapvetőbb, a fizikai valóságtól feltétlen megkövetelendő tulajdonságokat tartalmazzák és nem vizsgálják a realizálás konkrét módjait. E kérdések részleteit elsősorban a 4.2 szakaszban vizsgáljuk.

2.8 Szakaszonként lineáris hálózatok

Amennyiben a hálózatok épitőelemeinek nemlineáris karakterisztikái szakaszonként lineáris modellel adottak, ugy a hálózat kanonikus egyenletei is szakaszonként lineárisak lesznek. E szakaszonként lineáris leirás előnye elsősorban a kvantitativ vizsgálatokban jelentkezik, ahol tartományonként ki lehet használni a lineáris modell adta előnyöket. Ahhoz, hogy ezt kihasználjuk, viszont néhány alapproblémát meg kellett oldani. Nevezetesen, ilyen problémák:

- két tartomány határán való áthaladás /boundary crossing/
- két tartománynál több tartomány határán, a sarokponton való áthaladás /corner problem/,
- több megoldás megtalálása, illetve az egyértelmü megoldhatóság.

A problémák és eredmények lényegét [OF77], [FK72],[CK76] és [KA65] alapján a következőkben foglalhatjuk össze /a DC transzfer problémát tárgyaljuk, ez tartalmazza megitélésünk szerint a lényeges, alapvető eredményeket/.

Adott az

$$\underset{\sim}{f}\,(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{y} \qquad /2\text{-}26/$$

egyenlettel jellemzett hálózat $\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{x} \in R^n$.

Az $\underset{\sim}{f}$ függvény szakaszonként lineáris, azaz

$$\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}) = J^{(m)}\underset{\sim}{x} + \underset{\sim}{w}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \ldots \qquad /2\text{-}27/$$

ahol $J^{(m)} \in L(R^n, R^n)$ $\underset{\sim}{w}^m \in R^n$, azaz $J^{(m)}$ az m-edik tartománybeli konstans Jacobi matrix. R^n-et l-darab tartományra osztottuk. Egy tartományt hipersikok határolnak, mely hipersikokat jellemezhetünk az

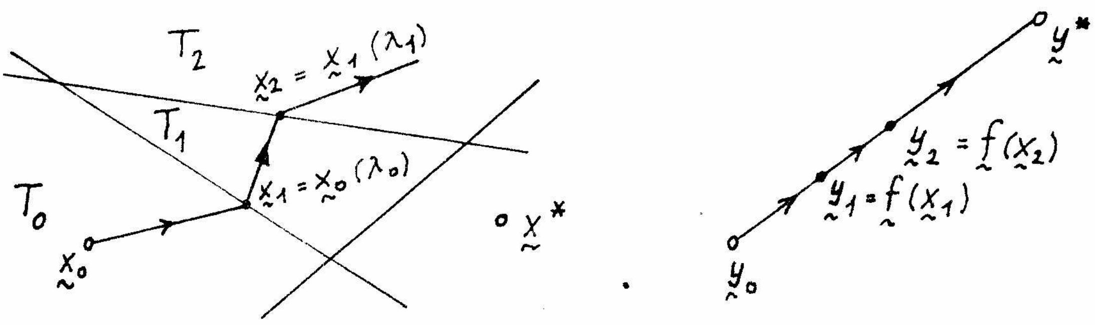
$$\underset{\sim}{n}^T\underset{\sim}{x} = \text{áll} \qquad /2\text{-}28/$$

egyenlettel, ahol $\underset{\sim}{n}$ a hipersík normál vektora. $\underset{\sim}{f}$ folytonos, ami szomszédos (' és " vel jelzett) tartományokra azt jelenti, hogy

$$J'' - J' = \underset{\sim}{c}\,\underset{\sim}{n}^T \quad , \ \underset{\sim}{c} = \text{áll.} \qquad /2\text{-}29/$$

Alapproblémánk az, hogy valamely $\underset{\sim}{x}_o$, $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}_o) = \underset{\sim}{y}_o$ értékből kiindulva megtaláljuk az $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{y}^*$ -hoz vezető DC transzfer karakterisztikát az $\underset{\sim}{x}$ térben, ezt nevezzük megoldás görbének. Az $\underset{\sim}{y}$ térbeli út L_y egyszerű, $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{y}_o + \lambda(\underset{\sim}{y}^* - \underset{\sim}{y}_o)$, $\lambda \in [0,1]$. Az $\underset{\sim}{x}$ térbeli megoldás görbét L_x -et Katzenelson eredeti algoritmusa szerint [KA65] szakaszonként találjuk meg a következőképpen. T_o tartományból indulunk. A két térbeli görbét, L_x-et és L_y-t a 2-9.ábrán vázoltuk.

$\underset{\sim}{x}$-térbeli L_x $\qquad$ $\underset{\sim}{y}$-térbeli L_y



2-9.ábra

$\underset{\sim}{x}_o$-ból kiindulunk a $\underset{\sim}{d}_o$ irányában $\left(\underset{\sim}{d}_o = J^{(o)^{-1}}(\underset{\sim}{y}^* - \underset{\sim}{y}_o)\right)$,

$$\underset{\sim}{x}_o(\lambda) = \underset{\sim}{x}_o + \lambda\,\underset{\sim}{d}_o \qquad /2\text{-}30/$$

Amennyiben $\lambda=1$-nél $\underset{\sim}{x}_o(1)$ T_o-ban van, ugy megtaláltuk $\underset{\sim}{x}^*$-ot $\left(\underset{\sim}{x}^* = \underset{\sim}{x}_o(1)\right)$, amennyiben nem, ugy megkeressük azt a λ_o paraméterértéket, ahol $\underset{\sim}{x}_o(\lambda)$ metszi a T_1-T_o tartományokat határoló hipersikot. Ezt az eljárást folytatjuk addig, amig $\underset{\sim}{x}^*$-ot megtaláljuk. A korábban jelzett problémákra adott fontosabb válaszok ill. eredmények a hivatkozott referenciák szerint a következők:

<u>2.8.1 Tétel</u> [FK72]

Amennyiben a $J^{(m)}$ mátrixok determinánsa azonos előjelü, ugy a Katzenelson algoritmus konvergens és tart egy megoldáshoz /és legalább egy megoldás létezik/.

<u>2.8.2 Tétel</u> [CK76]

Amennyiben a $J^{(m)}$ mátrixok determinánsa a nem korlátos tartományokban, azonos előjelü, úgy létezik legalább egy megoldás és a megoldás görbén megtalálható. /A sarok problémára perturbációs megoldás adható és korlátos tartományok közötti átmenetre Katzenelson algoritmust általánositották nem azonos előjelü vagy szinguláris Jacobi mátrix esetére ill. aktiv áramkörökbeli alkalmazásokra [OF77]/.

3 A PASSZIVITÁS SZEREPE AZ EGYÉRTELMÜ MEGOLDHATÓSÁGBAN

3 A PASSZIVITÁS SZEREPE AZ EGYÉRTELMÜ MEGOLDHATÓSÁGBAN

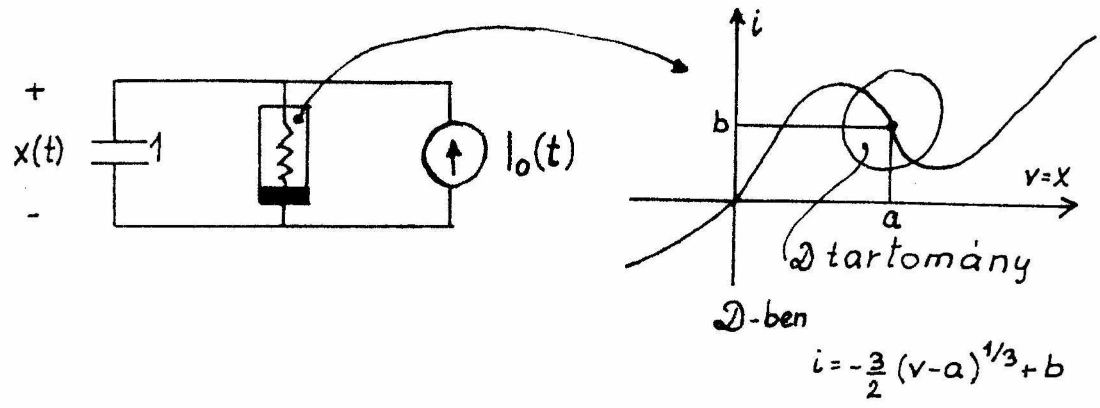
3.1 A passzivitás szerepe a kezdeti érték probléma egyértelmü megoldhatóságában nemlineáris véges dimenziós rendszerben, illetve koncentrált paraméterü hálózatokban

E szakaszban a 2 fejezetben definiált B tulajdonsággal, az egyértelmü időtartománybeli megoldhatósággal foglalkozunk. E tulajdonság egyben realizálhatósági feltételt is jelent, e tulajdonsággal nem rendelkező hálózatok és rendszerek fizikailag nem realizálhatók. A B tulajdonság egy adott tartományban lokális tulajdonság.

3.1.1 A részek passzivitásának következményei

A passziv lineáris hálózatok rendelkeznek a B tulajdonsággal [YC59] a lineáris koncentrált-elosztott paraméterü hálózatokra szükséges és elégséges feltételeket sikerült találni [CS70, CS71] és nemlineáris operátorokkal jellemzett rendszereknél pozitiv skalár szorzat tipusú feltételek szerepelnek az algoritmikusan nehezen ellenőrizhető feltételekben [SA65a, DV75]. Néhány olyan jellegzetes példát sikerült találni [RO73], melyekben a B tulajdonság nem teljesül és e példákban aktiv elemek szerepeltek. Ezek után kézenfekvő volt az az első sejtés, hogy talán az épitőelem n-kapuk /globális/ passzivitása elegendő feltétele lesz az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóságnak. A részletes vizsgálatok azonban megmutatták [RO74] , hogy ez a sejtés nem igaz; <u>a globális passzivitás nem elegendő feltétel</u> - sem az épitőelemkarakterisztikákban, sem az állapotegyenletben - <u>az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóság biztositásához.</u>

Ennek bizonyitására az 3-1. ábrán lévő patologikus példát mutatjuk be.



3-1. ábra

A hálózatot leiró állapotegyenlet a $\mathcal{D}$ tartományban

$$\dot{x} = \frac{3}{2}\,(x-a)^{1/3} - b + I_0\,(t)\,;$$

$$x_0 = a; \quad \dot{I}_0\,(t) = b = \text{áll.} \qquad /3\text{-}1/$$

Jelen esetben az $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{x},\ t)$ tipusú állapotegyenlet passziv és a két épitőelem is passziv. Ennek ellenére a /3-1/ egyenletnek több megoldása van, például az alábbi kettő:

$$x_1(t) = a; \quad t > 0, \quad x_1 \in \mathcal{D}$$

$$x_2(t) = a + t^{3/2}; \quad t > 0, \quad x_2 \in \mathcal{D} \qquad /3\text{-}2/$$

Vizsgálataink következő lépése az volt, hogy feltettük a kérdést, vajon a lokális passzivitásnak valamely formája garantálja-e a B tulajdonságot? A válasz mind az állapottér modellben, mind az épitőelem modellekben vizsgálódva pozitiv volt [RO74, RO78] .

Tekintsük először a /2-3a/ egyenlet szerinti állapottér modellt:

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}, t) = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{x}, t) \qquad /3\text{-}3/$$
$$\underset{\sim}{x}(t_o) = \underset{\sim}{x}_o$$

A 2.6.2.1 és a 2.6.2.2 Tétel direkt alkalmazásával kapjuk, hogy - amennyiben $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{x}, t)$ folytonos a $\mathcal{D} = S \times \Theta$ tartományon (Θ : $[t_o, t_o + a]$, S: $|\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{x}_o| < b$) - ha $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{x}, \cdot)$ lokálisan passziv $\mathcal{D}$ -n, akkor létezik egyértelmü megoldás legalább a $[t_o, t_o + \alpha]$ intervallumon, $\alpha = \min\{a, b/\max|g(x, t)| \ \mathcal{D}\text{-ben}\}$. Tehát az általános állapottér modell lokális passzivitásából következik a B tulajdonság.

Vizsgáljuk most a /2-3c/ egyenlettel jellemzett particionált rendszermodellt, illetve az ennek megfelelő 2-4a. ábrabeli hálózatot.

Látjuk, hogy az

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(x), \underset{\sim}{u}(t)) = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{u}) \qquad /3\text{-}4/$$

egyenlet az $\underset{\sim}{x}$-et közvetett függvényként tartalmazza, igy a 2.6.2.2 tétel nem alkalmazható. Sejtésünk szerint viszont passziv - első lépésben lineáris - kapacitásmátrix esetén a memóriamentes nemlineáris hálózat lokális passzivitása garantálja az egyértelmü megoldhatóságot.

A következő lemma, mely a 2.6.2.2 tétel általánositása, közvetett állapottér függvény esetén is alkalmazható.

<u>1 Lemma</u>

Tekintsük a

$$\frac{d}{dt}\left(C\underset{\sim}{y}\right) = C\underset{\sim}{\dot{y}} = -\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}, t\right)$$
$$\underset{\sim}{y}(t_o) = \underset{\sim}{y}_o \qquad /3-5/$$

állapotegyenletet, ahol $\underset{\sim}{g} \in C^o : R^n \times R_+ \rightarrow R^n$,

$\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{y}_o \in \mathcal{D}\ R^n$, $t \in \Theta: [t_o, t_o + a]$, $a > o$ és $C \in L(R^n, R^n)$.

Amennyiben C szimmetrikus pozitiv definit és a $\mathcal{D} \times \Theta$ tartományban $\underset{\sim}{g}$ lokálisan passziv, azaz

$$\left\langle \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}_2, t\right) - \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}_1, t\right), \underset{\sim}{y}_2 - \underset{\sim}{y}_1 \right\rangle \geq 0 \qquad /3-6/$$

akkor a /3-5/ állapotegyenletnek legfeljebb egy megoldása van $\mathcal{D} \times \Theta$-ban. A megoldás folytonos. Az 1 Lemma bizonyitása a következő:

Tegyük fel, hogy két megoldás van $\underset{\sim}{y}_1(t)$ és $\underset{\sim}{y}_2(t)$. Vizsgáljuk meg a

$$\delta(t) = \left\langle C\left(\underset{\sim}{y}_2 - \underset{\sim}{y}_1\right), \underset{\sim}{y}_2 - \underset{\sim}{y}_1 \right\rangle \geq 0 \qquad /3-7/$$

függvényt. Mivel $\underset{\sim}{y}(t_o) = \underset{\sim}{y}_1(t_o) = \underset{\sim}{y}_2(t_o) = \underset{\sim}{y}_o$, $\delta(t_o) = 0$ és a C pozitiv definit szimmetrikus, igy $\delta(t) = 0$ a $t > t_o$ esetén akkor és csak akkor, ha $\underset{\sim}{y}_1(t) = \underset{\sim}{y}_2(t)$.
Mivel $\dot{\delta}(t) = 2\left\langle C\left(\underset{\sim}{\dot{y}}_2 - \underset{\sim}{\dot{y}}_1\right), \underset{\sim}{y}_2 - \underset{\sim}{y}_1 \right\rangle$ igy /3-5/ alapján kapjuk, hogy

$$\dot{\delta}(t) = -2\left\langle \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}_2, t\right) - \underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}_1, t\right), \underset{\sim}{y}_2 - \underset{\sim}{y}_1 \right\rangle \qquad /3-8/$$

Az 1 Lemma második feltétele, azaz a /3-6/ egyenlet miatt viszont a /3-8/ kifejezés ≤ 0. A $\delta(t_o) = 0$, $\delta(t) \geq 0$, $\dot{\delta}(t) \leq 0$ $t \geq t_o$ viszont azt jelenti, hogy $\delta(t) = 0$ $t \geq t_o$ azaz $\underset{\sim}{y}_1 = \underset{\sim}{y}_2$ $t \in \Theta$ - n.q.e.d.

A fentiek alapján bebizonyitjuk a sejtésünket tartalmazó következő állitást /1 Tétel/.
E fejezetben mindenütt feltételezzük, hogy $\underset{\sim}{g}$, $\underset{\sim}{p}$, $\underset{\sim}{h} \in C^{0}$ R^{n}-ben.

1 Tétel

Tekintsük a 2-4a. ábra szerint particionált hálózatot, vagy a /3-4/ egyenlet szerint particionált állapottér modellel jellemzett rendszert. Amennyiben a hálózat veszteségmentes része passziv, reciprok, időinvariáns lineáris /azaz inkrementális reaktancia matrixa $\frac{\partial h}{\partial \underset{\sim}{y}} = C_1$ pozitiv definit/ x_0 egy $\mathcal{E} > 0$ tartományában d_e-ben $\left(d_e : \left\{ \underset{\sim}{x} : \| \underset{\sim}{x} - x_0 \| \leq \mathcal{E} \right\} \right)$ minden $\underset{\sim}{x}_0 \in \mathcal{D}$, akkor, ha a memóriamentes rész /azaz a $\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u}\right)$ / lokálisan passziv d_e-ben $\underset{\sim}{y}$-ra vonatkoztatva, úgy az $\underset{\sim}{x}\left(t\right)$ megoldás $t > 0$-ra $\left(t_0 = 0 \right)$ $\mathcal{D}$ -ben egyértelmü.

Bizonyitás

Mivel

$$\frac{d}{dt} \underset{\sim}{h}\left(\underset{\sim}{y}\right) = C_1 \underset{\sim}{y}' \quad \text{igy}$$

$$C_1 \dot{\underset{\sim}{y}} = -\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u}\right)$$

azaz a feladatot visszavezettük az 1 Lemma feltételeihez, amiből a $\underset{\sim}{g}$ lokális passzivitása mellett az 1 Lemmából az 1 Tétel következik.
Általánosabb esetben ha $\underset{\sim}{h}\left(\underset{\sim}{y}\right)$ egy C^1diffeomorfizmus, úgy az igy kapott /C_1-el számitott/ $\underset{\sim}{y}\left(t\right)$ egy szakaszonként lineáris közelités, amiből határátmenettel kapjuk a megoldás egyenletesen folytonos közelitését /l. [HA 64] 3.2 tétel/

1.1 Korollárium

Ha az L veszteségmentes reaktáns rész C - E hurkokat /kapacitásokból és független feszültséggenerátorokból/ és/vagy L-J vágatokat /induktivitásokból és független áramgenerátorokból/ tartalmaz, akkor az 1 Tétel állitása változatlanul érvényes.

Bizonyitás

A C-E hurkokból egy-egy kapacitást és az L-J vágatoktól egy-egy induktivitást kivéve az ekvivalens átalakitás után [CL75] a maradék elemek közötti csatolás lép fel, amely azonban nem változtatja meg a C_1 matrix 1 Tételben kihasznált tulajdonságait.

Megjegyzések

/i/ Amennyiben M passziv ellenállásokból és lokálisan passziv többkapukból áll, úgy a 2.6.1.2 Tétel /iii/ állitása miatt $\underset{\sim}{g}$ lokálisan passziv lesz, amelyet az 1 Tételben követelünk, igy e feltételt az épitőelemeken tudjuk ellenőrizni.

/ii/ A Jacobi matrix végessége nem szükséges.

/iii/ Az 1 Tétel igaz marad akkor is, ha a memóriamentes rész időben változó paraméterü.

/IV/ A fenti eredmények speciális esetként jó egyezést mutatnak [DW 74] -el a monoton, csatolatlan RLC hálózatokra, jóllehet azok erősebb feltételek.

/V/ A 3-1. ábrabeli hálózatban $\underset{\sim}{g}$ lokálisan aktiv a $\mathcal{D}$ tartományban.

3.1.2 Analitikus feltételek

Vizsgáljuk most meg általánosságban a /3-4/ egyenlettel jellemzett állapottér modellt. Tegyük fel, hogy a vizsgált $\mathcal{D}$ tartományban $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x})$ egy C^1 diffeomorfizmus és van néhány izolált u.n. irreguláris pont, $\underset{\sim}{x}^*$ ill. $\underset{\sim}{y}^*$, ahol a Jacobi matrix $J = \partial \underset{\sim}{f} / \partial \underset{\sim}{x}$ nem létezik, azaz néhány eleme nem korlátos. A 3-1. ábrabeli példában a v=a, i=b az irreguláris pont. Az 1 Tétel alapján várható, hogy ezekben a pontokban a meredekség előjeléből lehetne következtetni az egyértelmü megoldhatóságra. Valóban, ezt fogjuk megmutatni a 2 Tételben.

Próbáljuk azonban megragadni ezen előjelek meghatározásának módját.

<u>$J_{\Delta x}$ definiciója:</u> tekintsük egy $\underset{\sim}{x}^*$ izolált irreguláris pont tetszőlegesen kicsivé tehető véges ε környezetét d_e^* -ot, azaz
$d_e^*: \{ \underset{\sim}{x}: \| \underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{x}^* \| \leq \varepsilon,\ \varepsilon > 0,\ x_i \neq x_i^* \}$. d_e^*-hoz, mivel $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) \in C^1$ diffeomorfizmus, tartozik $\underset{\sim}{y}^*$ -nak is egy véges kompakt környezete.

Feltételezzük, hogy $\underset{\sim}{f}$ az alábbi struktúrájú

$$\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}) = L\underset{\sim}{m}(\underset{\sim}{x}) + \underset{\sim}{k}(\underset{\sim}{x}) \qquad /3\text{-}9/$$

ahol $L \in L(R^n, R^n)$, $\underset{\sim}{m}(\underset{\sim}{x})$ diagonális C^0 leképezés: $R^n \rightarrow R^n$, $\underset{\sim}{k}(\underset{\sim}{x}): R^n \rightarrow R^n$ és $\partial \underset{\sim}{k} / \partial \underset{\sim}{x}$ létezik $\mathcal{D}$-ben, beleértve d_e^* -ot is.

Legyen $\Delta \underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{x}_2 - \underset{\sim}{x}_1$, $x_2, x_1 \in d_e^*$. Ezek után $J_{\Delta x}$ -et az $\underset{\sim}{f}$ véges Jacobi matrixát az alábbi egyenlettel definiáljuk d_e^* -ban:

$$\Delta \underset{\sim}{f} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}_2) - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}_1) = J_{\Delta x} \Delta \underset{\sim}{x} \qquad /3\text{-}10/$$

ahol a középérték tételt alkalmazva

$$\underset{\Delta x}{J} = LD + \begin{bmatrix} \left.\dfrac{\partial k_1(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}\right|_{\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{\hat{x}}^1} \\ \vdots \\ \left.\dfrac{\partial k_n(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}\right|_{\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{\hat{x}}^n} \end{bmatrix} \qquad /3\text{-}11/$$

$\underset{\sim}{\hat{x}} : \underset{\sim}{\hat{x}}^1, \dots \underset{\sim}{\hat{x}}^n \in d_e^*$ és $D_{ij} = 0 \quad i \neq j$,

$$D_{ii} = \frac{m_i(x_{2i}) - m_i(x_{1i})}{x_{2i} - x_{1i}} \triangleq \frac{\Delta m_i(x_i)}{\Delta x_i}$$

Az irreguláris pont definiciójából következik, hogy $J_{\Delta x}$ -nek van legalább egy olyan eleme, mondjuk $J_{\Delta x\, ij}$, amelyre igaz, hogy tetszőleges $\gamma > 0$ számhoz található $\varepsilon > 0$ úgy, hogy $|J_{\Delta x ij}| > \gamma$, $\underset{\sim}{x}_2, \underset{\sim}{x}_1 \in d_e^*$-ra. Ezeket az elemeket hivjuk nem korlátos elemeknek. Igen fontos az a tény, hogy a későbbiekben $J_{\Delta x}$ /ill. $J_{\Delta y}$/-ben csak az előjeleket és a korlátos - nem korlátos tulajdonságot használjuk fel!

<u>$J_{\Delta y}$ definiciója:</u> az $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}) = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u}(t))$ -hoz tartozó $\underset{\sim}{y}$ -beli véges Jacobi matrixot az alábbi egyenlet definiálja egy adott t értéknél

$$\Delta \underset{\sim}{g} = J_{\Delta y} \Delta \underset{\sim}{y} \qquad /3\text{-}12/$$

Feltételezzük, hogy azon soroknak megfelelő helyeken, ahol $\partial \underset{\sim}{g} / \partial \underset{\sim}{y}$ -nak nem korlátos elemei vannak, ott $\underset{\sim}{h}(.)$ -nak ill. $\underset{\sim}{p}(.)$ -nek csak diagonális elemei vannak /a diagonális leképezés értelmében/.
Mielőtt e kérdéskör legfontosabb eredményét megmutatnánk, bebizonyitunk egy lemmát.

2 Lemma

Adott az

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x},\ t)\ ;\quad \underset{\sim}{x}_o = \underset{\sim}{x}(o) \qquad /3\text{-}13/$$

állapotegyenlet $\underset{\sim}{f}: R^n x R_+ \to R^n$ egyértékü, L-folytonos $\underset{\sim}{x}$-ben és korlátos a $\mathcal{D} \subset R^n$ tartományban, kivéve izolált irreguláris pontok, $\underset{\sim}{x}^*$, véges halmazát, $\underset{\sim}{x}_o \in \mathcal{D}$. Feltesszük, hogy $\underset{\sim}{J} = \partial \underset{\sim}{f} / \partial \underset{\sim}{x}$ -nek nem korlátos elemei csak a fődiagonálisban vannak az $\underset{\sim}{x}^*$ helyeknél és $\underset{\sim}{f}$ a /3-9/ egyenlet szerinti struktúrájú. A fenti tételek mellett a /3-13/ egyenletnek egyértelmü az időtartománybeli megoldása $\mathcal{D}$ -ben, ha $J_{\Delta x}$ nem korlátos elemeinek előjele az $\underset{\sim}{x}^*$ irreguláris pontok d_e^* környezeteiben negativ. Az alábbiakban bebizonyitjuk a tételt és megmutatható az is, hogy bizonyos értelemben - legalábbis az n = 1 esetben - a feltétel közel szükséges feltétel is [RO74].

Bizonyitás

A bizonyitáshoz felhasználjuk a [HA 64] beli alábbi tételt:

Amennyiben a 2 Lemma feltételei mellett a

$$\gamma = \left\langle \underset{\sim}{x}_2 - \underset{\sim}{x}_1,\ \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}_2,\ t) - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}_1,\ t) - \frac{1}{t-t_o}(x_2 - x_1) \right\rangle \leq 0 \qquad /3\text{-}14/$$

a $\mathcal{D}$ tartományban, $\underset{\sim}{x}_2$, $\underset{\sim}{x}_1$, $\underset{\sim}{x}_o \in \mathcal{D}$, $t \in \Theta = [t_o,\ t_o + \alpha]$, akkor a /3-13/ egyenletnek legfeljebb egy megoldása van $\mathcal{D} \times \Theta$-n.

A bizonyitás során az egyértelmüséget $\underset{\sim}{x}^*$ d_e^* környezetében kell biztositani, mivel ezenkivül $\underset{\sim}{f}$ L-folytonos és korlátos.

Mivel a nem korlátos elemei $\underset{\sim}{J}$ -nek csak a fődiagonálisban vannak, igy /3-11/ alapján L diagonális matrix és

$$J_{\Delta x} = J_d + H;\ J_d \triangleq Ld;\ H = H(\hat{\underset{\sim}{x}}) = \left.\frac{\partial \underset{\sim}{k}}{\partial \underset{\sim}{x}}\right|_{\underset{\sim}{x} = \hat{\underset{\sim}{x}}} \qquad /3\text{-}15/$$

ahol most d ill. J_d diagonal matrixok, amelyek elemei tartalmazzák a nem korlátos tagokat /és csak ezeket!/, H tehát egy korlátos valós matrix. /3-15/ felhasználásával a /3-14/-beli feltételre kapjuk, hogy

$$\gamma = \langle \Delta \underset{\sim}{x}, \left(J_d + H - \frac{1}{t-t_o} 1\right) \Delta \underset{\sim}{x} \rangle$$

$$= \langle \Delta \underset{\sim}{x}, J_d \Delta \underset{\sim}{x} \rangle - \langle \Delta \underset{\sim}{x}, A \Delta \underset{\sim}{x} \rangle ; \qquad /3\text{-}16/$$

ahol $A = \left(\frac{1}{t-t_o} 1 - H\right)$ és 1 az egységmatrix.

Mivel H korlátos d_e^* -ban, ezért lehet találni olyan véges Δt_1 értéket, amelyre igaz, hogy A pozitiv definit a $t-t_o \leq \Delta t_1$ tartományban. Mivel $\underset{\sim}{f}$ korlátos és folytonos $\mathcal{D}$ -ben, igy a 2.6.2.1 Tétel szerint megadható az $\alpha = \Delta t_2$ véges létezési intervallum. Legyen továbbá Δt_3 az az intervallum, amelyen belül $\| \Delta \underset{\sim}{x} \| < \varepsilon$. Válasszuk most már a $\Delta t = \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3)$ időintervallumot, azaz $\Theta = [t_o, t_o + \Delta t]$, $t \in \Theta$. Igy a $d_e^* x \Theta$ -ban $\gamma < 0$ és ezáltal biztositottuk $\underset{\sim}{x}^*$ véges környezetében az egyértelmüséget. q.e.d.

Megjegyzések

/i/ A 2 Lemma akkor is igaz, ha Ld negativ definit, azaz a nem korlátos elemeknek a Jacobi matrixban nem kell feltétlenül a fődiagonálisban lenniök.

/ii/ A bizonyitást úgy is elvégezhetjük, hogy a J nem korlátosságát használjuk ki, azaz a $/J_d + H/$-ban a negativ tagok dominálnak, ha $\varepsilon > 0$ elég kicsi.

Definiáljuk most már az L és M-beli n-kapuk megengedett karakterisztika osztályait.

„A" karakterisztika osztály: a veszteségmentes reaktáns n-kapu /L/ leiró egyenlete $\underset{\sim}{y} = p(\underset{\sim}{x})$ egyértékü L-folytonos $\mathcal{D}$-ben és diagonális C^1 diffeomorfizmus az irreguláris pontok d_e^* környezetében /csak abban a változóban diagonális, amelyben nem korlátos a derivált!/

„B" karakterisztika osztály: a memóriamentes $(n+r)$ kapu /M/ leiró egyenlete $g(\underset{\sim}{y},.)$ egyértékü, L-folytonos $\mathcal{D}$ -ben, kivéve az irreguláris pontok d_e^* környezetét, ahol $J_{\Delta y} = J_\delta + P$ és a J_δ diagonal matrix minden nem korlátos tagot tartalmaz /és csak ezeket/.

A fentiek alapján megadjuk az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóság analitikus feltételét.

2 Tétel

Tekintsük a 2-4a. ábra szerint particionált hálózatot vagy a /3-4/ egyenlet szerint particionált állapottér modellel jellemzett rendszert. Amennyiben a hálózat veszteségmentes része, L /azaz a $p(\underset{\sim}{x})$ -el jellemzett rész/ az A karakterisztika osztályba tartozik és a memóriamentes része, M /azaz a $g(\underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{u})$ -val jellemzett rész/ a B karakterisztika osztályba tartozik, akkor, ha a d_e^*-ban

$$J_{\delta kk} \frac{\partial p_k(x_k)}{\partial x_k} > 0 \qquad /3\text{-}17/$$

/k: azok az indexek, ahol $J_{\delta kk} \neq 0$/
úgy az $\underset{\sim}{x}(t)$ megoldás $\underset{\sim}{x}_o$, $\underset{\sim}{x}(t) \in \mathcal{D}$-ben egyértelmü.

Bizonyitás

A /3-4/, /3-9/, /3-10/, /3-11/ és /3-12/ egyenletek alapján

$$J_{\Delta x} = - J_{\Delta y} \left.\frac{\partial \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}\right|_{\underset{\sim}{x}=\hat{\underset{\sim}{x}}} = J_{\delta} \left.\frac{\partial \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}\right|_{\underset{\sim}{x}=\hat{\underset{\sim}{x}}} + P \left.\frac{\partial \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})}{\partial \underset{\sim}{x}}\right|_{\underset{\sim}{x}=\hat{\underset{\sim}{x}}}$$

ahol mivel $\partial \underset{\sim}{p}/\partial \underset{\sim}{x}$ diagonális d_e^* -ban igy a feladatot visszavezettük a 2 Lemmára. q.e.d.

Megjegyzések

/i/ Ha a $\underset{\sim}{p}$ olyan, hogy a $\partial \underset{\sim}{p}/\partial \underset{\sim}{x}$ nem tartalmaz mellékátlóbeli elemet a k-adik sorban és oszlopban /k: azon indexek, ahol $J_{\delta kk} \neq 0$/, azaz nem feltétlenül diagonális leképezés /tehát ilyen csatolások megengedettek!/, akkor a 2 Tétel változatlanul érvényes.

/ii/ A karakterisztikák nem szükséges, hogy L-feltételt teljesitsenek.

3.2 Algoritmikusan, az épitőelemeken és összekapcsoláson ellenőrizhető feltételek

A 3.1.1 szakaszbeli eredmények lokálisan passziv n-kapukra vonatkoznak, illetve megadják az épitőelemek passzivitásának következményeit. A gyakorlatban sok nem lokálisan passziv épitőelem is van /ilyenek pl. gyakran használt tranzisztor modellek/. A 3.2.1 szakaszbeli analitikus eredmények alapvetően a két rész-n-kapu függvényeiben adnak feltételeket. Az algoritmikus ellenőrzéshez vezető úton fontos állomást jelent ezen analitikus feltételeknek algoritmikusan, az épitőelemeken és az összekapcsoláson történő ellenőrzése. A következőkben ezzel foglalkozunk.

3.2.1 Koncentrált paraméterü hálózatok

Mielőtt a 3 Tételben megfogalmaznánk főbb eredményünket a 2 Tételhez kapcsolódva korolláriumokként megkisérel-jük a feltételeket lebontani az L és M hálózatré-szek épitőelemeire és néhány topológiai megszoritást teszünk.

„C" karakterisztika osztály és feltételek: magában fog-lalja az A és B osztályt, továbbá M elemei egykapuk, valamint minden feszültségvezérelt nemlineáris ellenál-lással párhuzamosan van egy feszültségvezérelt kapaci-tás és minden áramvezérelt nemlineáris ellenállással sorosan van egy áramvezérelt induktivitás /a 2-2 Pél-da speciális esete, ha T = 1/.

2.1 Korollárium

A 2-4a. ábra szerint particionált hálózatban, amennyi-ben a C karakterisztika osztály és feltételek fenn-állnak, úgy

/i/ $J_{\Delta y}$ -ban nem korlátos elemek csak a főátló-ban vannak és

/ii/ egyértelmü az időtartománybeli megoldás a $\mathcal{D}$ tartományon, ha a d_e^* tartományokban minden nemlineáris egy-kapura

$$\frac{\Delta n_i(y_i)}{\Delta y_i} \cdot \frac{\partial p_i\,(x_i)}{\partial x_i} \qquad /3\text{-}18/$$

tagok pozitivak és a nemlineáris memóriamentes részre létezik a

$$\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{y},\ \underset{\sim}{u}\right) = \underset{\sim}{H}y + \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y}) + B\,\underset{\sim}{u}\,(t) \qquad /3\text{-}19/$$

hibrid leirás. Az $n_i(y_i)$, a nemlineáris memóriamentes egy-kapuk karakterisztikája, folytonos, $\phi_i = n_i(y_i)$. /A 2-2 Példában $\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) = \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})$/.

Bizonyitás

Érdemes felfigyelni arra, hogy $\underset{\sim}{x}^*(\underset{\sim}{y}^*)$-ot kizárólag $n_i(y_i)$ irreguláris pontjai határozzák meg! A /3-19/ egyenlet alapján

$$J_{\Delta y} = H + \frac{\Delta \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})}{\Delta \underset{\sim}{y}} = H + \mathrm{diag}\left\{ \frac{\Delta n_i(y_i)}{\Delta y_i} \right\} \qquad /3\text{-}20/$$

Mivel tehát $J_{\delta kk} = \Delta n_k(y_k) / \Delta y_k$ igy a /3-18/ feltétel egyben a 2 Tétel feltételét adja. q.e.d.

„D" karakterisztika osztály és feltételek: Azonos a C-belivel, kivéve azt, hogy egy megszoritást elejtünk, nevezetesen megengedjük az alábbi csatolásokat:

- ellenállások között bármely csatolás, amely nem tartalmaz irreguláris ponttal rendelkező elemet,

- reaktáns elemek között bármely csatolás, amely nem tartalmaz irreguláris ponttal rendelkező nemlineáris ellenálláshoz kapcsolódó elemet.

A csatolás lehet lineáris vagy C^0-beli parciális deriválttal rendelkező.

2.2 Korollárium

A 2-4a. ábra szerint particionált hálózatban a karakterisztikákra érvényesek a "D" feltételek, azaz

$$\underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y}) = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1(\underset{\sim}{y}_1) \\ \underset{\sim}{\phi}_2(\underset{\sim}{y}_2) \end{bmatrix}; \quad \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{y}_1 \\ \underset{\sim}{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{p}_1(\underset{\sim}{x}_1) \\ \underset{\sim}{p}_2(\underset{\sim}{x}_2) \end{bmatrix} \qquad /3\text{-}21/$$

ahol $\underset{\sim}{\phi}_1$ tartalmazza az irreguláris pontokkal rendelkező karakterisztikákat, $\underset{\sim}{\phi}_1$ és $\underset{\sim}{p}_1$ diagonális leképezések. A $\partial\underset{\sim}{\phi}_2/\partial\underset{\sim}{y}_2$ és a $\partial\underset{\sim}{p}_2/\partial\underset{\sim}{x}_2$ folytonosak és korlátosak $\mathcal{D}$ -ben.

A fenti feltételek mellett

/i/ $J_{\Delta y}$ -ban nem korlátos elemek csak a főátlóban vannak és

/ii/ egyértelmü az időtartománybeli megoldás a $\mathcal{D}$ tartományon, ha d_e^* -ban a

$$\frac{\Delta\phi_{1i}(y_{1i})}{\Delta y_{1i}} \cdot \frac{\partial p_{1i}(x_{1i})}{\partial x_{1i}}$$

tagok pozitivak.

<u>Bizonyitás</u>

Az irreguláris pontokat a $\phi_{1i}(y_{1i})$ karakterisztikák határozzák meg. A korábbi egyenleteket használva a /3-21/ felhasználásával kapjuk, hogy

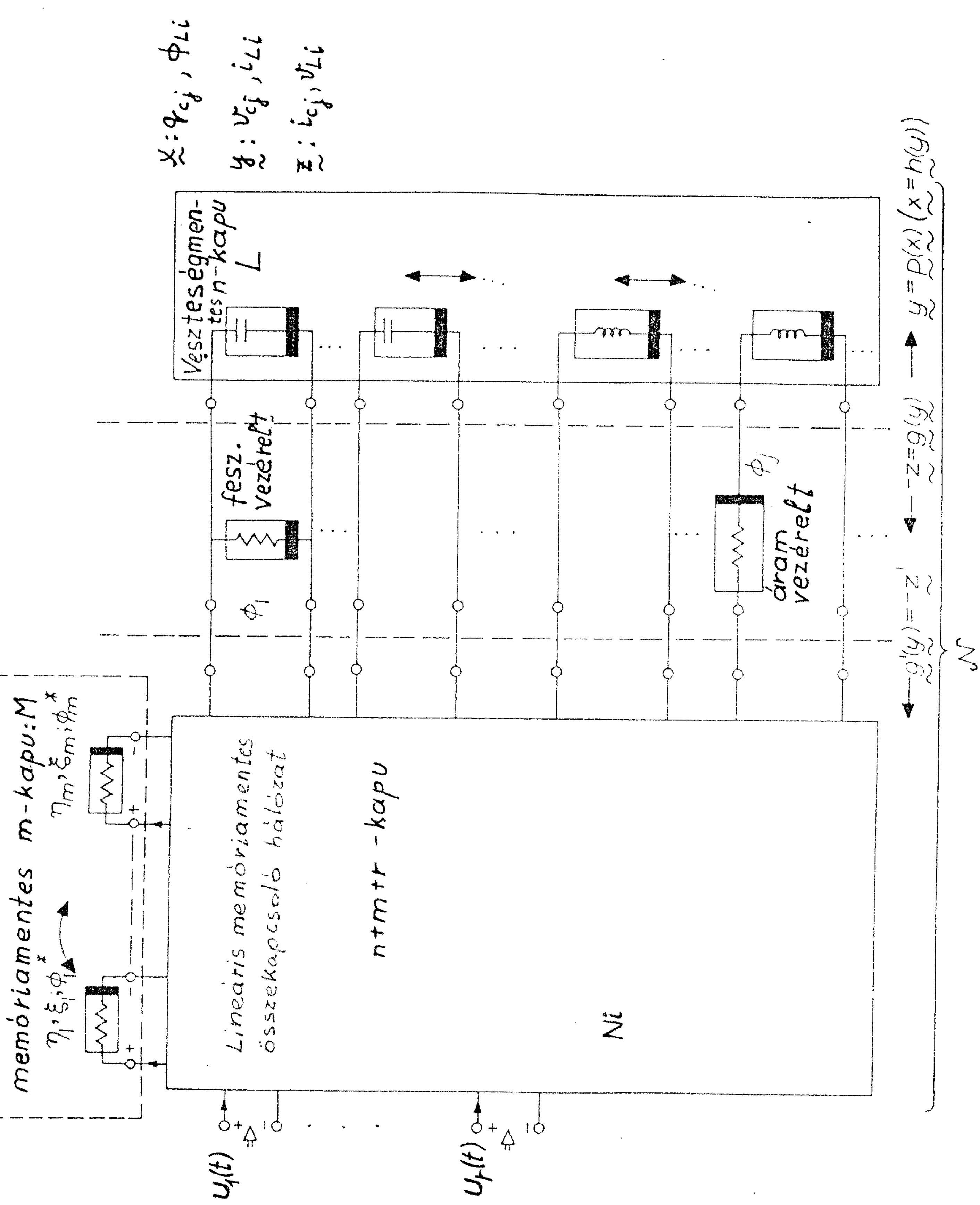
$$J_{\Delta y} = H + \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{\Delta\phi_{11}}{\Delta y_{11}} & & 0 & \\ & \ddots & & 0 \\ 0 & & \frac{\Delta\phi_{1n}}{\Delta y_{1n}} & \\ \hline & 0 & & \frac{\Delta\underset{\sim}{\phi}_2}{\Delta\underset{\sim}{y}_2} \end{array}\right]$$

Mivel $\partial \phi_2 / \partial \underset{\sim}{y}_2$ és $\partial \underset{\sim}{p}_2 / \partial \underset{\sim}{x}_2$ folytonos és korlátos $\mathcal{D}$-ben, ezért $\tilde{J}_{\Delta x}$-nek csak a főátlóban vannak nem korlátos elemei, ezekre pedig a korollárium szerinti feltétel miatt a 2 Tételbeli előjelfeltétel teljesül. q.e.d.

Megjegyzés

Az 1.1 Korolláriumban definiált C-E hurkok és L-J vágatok esetén az ott leirtak szerint eljárva a 2.2 korollárium igaz marad.

A következőkben, a nemlineáris hálózatok egy gyakorlatban nagy modellosztályra adjuk meg a feltételeket.


x: q_cj, Φ_Li
y: v_cj, i_Li
z: i_cj, v_Li
Veszteségmentes n-kapu
L
fesz. vezérelt
áram vezérelt
Φ_1
Φ_j
y = p(x) (x = h(y))
-z = g(y)
g'(y) = -z
N
memóriamentes m-kapu: M
η_1, ξ_1, Φ_1*
η_m, ξ_m, Φ_m*
Lineáris memóriamentes összekapcsoló hálózat
n+m+r -kapu
Ni
U_1(t)
U_r(t)

3-2. ábra

3 Tétel

Adott a 3-2. ábra szerint particionált nemlineáris, koncentrált paraméterü hálózat, amelyben mint látható energiatároló elemekhez nem kapcsolódó memóriamentes nemlineáris ellenállásokat is megengedünk, az $\underset{\sim}{\eta} = \underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\xi})$ leiró egyenlettel jellemezzük ezt az m-kaput. A lineáris rezisztiv sok-kaput az alábbi hibrid leirással jellemezzük /feltételezzük, hogy létezik ill. az 1.1 Korolláriumnál alkalmazott L-J vágat C-E hurok átalakitást végezzük el/

$$\begin{bmatrix} -\underset{\sim}{\eta} \\ -\underset{\sim}{z}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\xi} \\ \underset{\sim}{y} \end{bmatrix} + B\,\underset{\sim}{u}(t) \qquad /3\text{-}22/$$

$$B\,\underset{\sim}{u}(t) = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{b}_{\eta}(t) \\ \underset{\sim}{b}_{z}(t) \end{bmatrix};$$

feltesszük továbbá, hogy $g'(\underset{\sim}{y}, .)$ létezik.
A veszteségmentes részre feltesszük, hogy az $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ leirás egyértelmü, folytonos és az irreguláris pontokat tartalmazó $\underset{\sim}{\phi}$-beli elemekhez kapcsolódó kapukat kivéve tetszőleges más elemek csatolásban lehetnek. Az irreguláris elemekhez kapcsolódó kapuknak megfelelő k indexeknél a $p_k(x_k)$ diagonális leképezés C^1 diffeomorfizmus a d_e^* -ban.
Az irreguláris pontokat a $\underset{\sim}{\phi}$ diagonális leképezés határozza meg. d_e^* kivételével $\underset{\sim}{\phi}$ L-folytonos. $\underset{\sim}{\phi}^*$ L-folytonos.

A fenti feltételek mellett a vizsgált hálózat megoldása egyértelmü $\mathcal{D}$ -ben, $\underset{\sim}{x}_0 \in \mathcal{D}$-re, ha

$$J_H^* = \left(\frac{\partial \underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\xi})}{\partial \underset{\sim}{\xi}} + H_{11} \right)$$

és inverze létezik $\mathcal{D}$-ben és a d_e^* környezetekben.

$$\cdot \quad \frac{\Delta \phi_k(y_k)}{\Delta y_k} \cdot \frac{\partial p_k(x_k)}{\partial x_k} > 0$$

ahol k azok az indexek, ahol $\partial \phi_k / \partial y_k$ nem korlátos legalább egy izolált y_k^* pontban.

Bizonyitás

Ismét a d_e^* tartománybeli unicitást kell bizonyitanunk. A 3-2. ábra és a /3-22/ egyenlet jelöléseivel

$$-\underset{\sim}{z}' = H_{21}\underset{\sim}{\xi} + H_{22}\underset{\sim}{y} + b_z(t)$$

$$-\underset{\sim}{\eta} = -\underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\xi}) = H_{11}\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{b}_\eta(t) + H_{12}\underset{\sim}{y} \qquad /3\text{-}23/$$

Definiáljuk az $\underset{\sim}{e}(\underset{\sim}{\xi})$ függvényt az alábbiak szerint

$$-H_{12}\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\xi}) + H_{11}\underset{\sim}{\xi} + \underset{\sim}{b}_\eta(t) = \underset{\sim}{e}(\underset{\sim}{\xi}) \qquad /3\text{-}24/$$

Igy

$$\underset{\sim}{\xi} = \underset{\sim}{e}^{-1}(-H_{12}\underset{\sim}{y})$$

és ezzel

$$-\underset{\sim}{z}' = H_{21}\underset{\sim}{e}^{-1}(-H_{12}y) + H_{22}\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{b}_z(t) = \underset{\sim}{g}'(\underset{\sim}{y}) \qquad /3\text{-}25/$$

Az ábra alapján

$$\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}) = \underset{\sim}{g}'(\underset{\sim}{y}) + \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})$$

és igy

$$J_{\Delta y} = \frac{\partial \underset{\sim}{g}'(\underset{\sim}{y})}{\partial \underset{\sim}{y}}\Bigg|_{\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{\hat{y}}} + \frac{\Delta \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})}{\Delta \underset{\sim}{y}} = \frac{\Delta \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y})}{\Delta \underset{\sim}{y}} \qquad /3.-26/$$

$\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{\hat{y}}) \in d_e^*$;

A $\underset{\sim}{g}'(\underset{\sim}{y})$ kifejezést felhasználva /3-25/ szerint kapjuk

$$\frac{\partial \underset{\sim}{g}'(\underset{\sim}{y})}{\partial \underset{\sim}{y}} = -H_{21}\left(\frac{\partial \underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\xi})}{\partial(\underset{\sim}{\xi})}\Bigg|_{\underset{\sim}{\xi}=\underset{\sim}{e}^{-1}(-H_{12}\underset{\sim}{y})} + H_{11}\right)^{-1} H_{12} + H_{22}$$

/3-27/

A zárójeles kifejezés éppen a tétel feltételében szereplő J_H^* /a /3-77/ egyenletben két inverz szerepel, egy inverz függvény és egy inverz mátrix/

Mivel J_H^* nemszinguláris $\mathcal{D}$-ben és d_e^* -ban $\partial \underset{\sim}{g}'/\partial \underset{\sim}{y}$ korlátos, ezért csak a $\Delta\underset{\sim}{\phi}/\Delta \underset{\sim}{y}$ fog behozni nemkorlátos diagonális tagokat és ezzel a feladatot a 2.2 korolláriumra vezettük vissza. q.e.d.

Megjegyzések

/i/ Ha $\underset{\sim}{\phi}^*$ diagonális leképezés, és $H_{11} \in P_0$ /a nemnegativ főminorral rendelkező mátrixok/, akkor det $J_H^* > 0$, tehát $J_H^{*\,-1}$ létezik. Ez azért van igy, mert ha $A \in P_0$ és $D > 0$ diagonál mátrix, akkor det $(A+D) > 0$ [SW69a]

/ii/ A det $J_H^* \neq 0$ R^n-ben egyuttal a globális implicit függvény tétel miatt /2.5.1 Tétel/ az $\underset{\sim}{e}^{-1}(.)$ függvény unicitását is biztositja, mivel a második feltétel a végtelenben való viselkedésre is teljesül.

/iii/ Ha a $\partial\tilde{\phi}^{*}/\partial\tilde{\xi}$ és H_{11} elemei a W_{0} mátrix pár osztálynak akkor $\det J_{H}^{*} > 0$ [WI73].

Megadtuk tehát a koncentrált paraméterü hálózatok egy viszonylag széles osztályára az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóság tipusú realizálhatósági feltétel ellenőrizhető feltételeit.

3.2.2 Egyes elosztott paraméterü elemek hatásának figyelembevétele

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy az előző szakaszbeli feltételek hogyan változnak akkor, ha elosztott paraméterü elemeket, konkrétan diszperziómentes távvezetékeket is tartalmaz a hálózat. A hálózat kanonikus leirását ilyenkor a Csurgay Á. által bevezetett eltolt tipusú differenciál-differencia egyenletrendszer, mint kanonikus állapotegyenlet adja, ahol az állapotváltozók közé a távvezetékek beeső hullámai is bekerültek [CS71, CS73, CK74]. Az állapotegyenlet ezen referenciák szerint röviden összefoglalva a következő. A 2-4b. ábrabeli hálózatban a kiemelt eszközök között szerepelnek még a

$$\begin{bmatrix} b_{j1}(t) \\ b_{j2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha_j \tau_j} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha_j \tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{j2}(t-\tau_j) \\ a_{j1}(t-\tau_j) \end{bmatrix} \qquad /3\text{-}28/$$

egyenlettel jellemzett (j-edik) távvezetékek /p darab/, ahol b_{j1} és a_{j1} illetve b_{j2} és a_{j2} a kapuk /1-es, 2-es/ reflektált és beeső hullámai a z_{oj} hullámellenállásra normalizálva, a $\tau_j = L_j/v_j$ az elektromos hossz, azaz a hosszuság és a terjedési sebesség hányadosa, α_j pedig a csillapitás. Egységnyi hosszra eső r, l, g, c paraméterek esetén $z_o = \sqrt{l/c}$, $v = 1/\sqrt{l\,c}$, $\alpha = r/l = g/c$.

A /2-6/ egyenletet a fentiek szerint kiegészitett változókkal irjuk fel, nevezetesen:

$$\underset{\sim}{y}' = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{y}(t) \\ \underset{\sim}{a}(t) \end{bmatrix}; \qquad \underset{\sim}{z}' = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{z} \\ -\underset{\sim}{b}(t) \end{bmatrix} \qquad /3\text{-}29/$$

ahol az $\underset{\sim}{a}$ és $\underset{\sim}{b}$ -ben a változók sorrendje páronként a /3-28/ szerinti, $\underset{\sim}{a}, \underset{\sim}{b} \in R^{2p}$, a távvezetékek egyenletei összefoglalva pedig:

$\underset{\sim}{b} = A^{-1}\underset{\sim}{a}(t-\tau)$, ahol $A = \mathrm{diag}\{A_j\}$, és $t-\tau$ a páronkénti $t-\tau_j$ jelölésére szolgál. /3-28/ szerint;

$$A_j = \begin{bmatrix} e^{\alpha_j \tau_j} & 0 \\ 0 & e^{\alpha_j \tau_j} \end{bmatrix}; \qquad /3-30/$$

Igy a memóriamentes lineáris rész /ML/ leiró egyenlete

$$-\underset{\sim}{z}' = \begin{bmatrix} -\underset{\sim}{z}(t) \\ \underset{\sim}{b}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{y}(t) \\ \underset{\sim}{a}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \underset{\sim}{u}(t) \qquad /3\text{-}31/$$

a kiemelt eszközök egyenlete /2-5/ szerint a távvezetékekkel kiegészitve pedig

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{z}(t) \\ \underset{\sim}{b}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) + \frac{d}{dt}\underset{\sim}{Q}(\underset{\sim}{y}) \\ A^{-1}\underset{\sim}{a}(t-\tau) \end{bmatrix} \qquad /3\text{-}32/$$

A /2-7/ és /2-8/ állapotegyenletek tehát a kiegészitett állapotváltozókkal:

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\left[T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})) + H_{11}\,\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) + H_{12}\underset{\sim}{a}(t) + D_1\underset{\sim}{u}(t)\right]$$

$$\underset{\sim}{a}(t-\tau) = A\left[H_{21}\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) + H_{22}\underset{\sim}{a}(t) + D_2\underset{\sim}{u}(t)\right] \qquad /3\text{-}33/$$

illetve H_{22}^{-1} létezését feltételezve

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\left[T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})) + H_{11}\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) + H_{12}H_{22}^{-1}A^{-1}\underset{\sim}{a}(t-\tau)\right.$$
$$\left. -H_{12}H_{22}^{-1}\left(H_{21}\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) + D_2\underset{\sim}{u}(t)\right) + D_1\underset{\sim}{u}(t)\right] \qquad /3\text{-}34/$$

és - [CK74] -el megegyezően -

$$\dot{\underset{\sim}{y}} = -\underset{\sim}{Q}_y(y)^{-1}\left[T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) + H_{11}\underset{\sim}{y} + H_{12}H_{22}^{-1}A^{-1}\underset{\sim}{a}(t-\tau)\right.$$
$$\left. -H_{12}H_{22}^{-1}\left(H_{21}\underset{\sim}{y} + D_2\underset{\sim}{u}(t)\right) + D_1\underset{\sim}{u}(t)\right] \qquad /3\text{-}35/$$

Amennyiben a kezdeti értékek adottak, illetve az $\underset{\sim}{a}$ esetén az $a_{j1}(t-\tau_j)$ és a_{j2} $t-\tau_j$, $j = 1,2....p$ kezdeti függvények a $[t_o, t-\tau_j]$ időintervallumokon adottak és L_e^k -beliek /pl. folytonosak/ valamint $\underset{\sim}{u}(t)\in R^r$ folytonos a $\Theta=[t_o, t_o + T]$, $T>0$, tartományon, úgy az állapotegyenlet közönséges differenciálegyenletként vizsgálható [CK74]. A következőkben azt a kérdést teszszük fel, hogy ez esetben a nemlineáris elemek karakterisztikáinak lokális passzivitásából következik-e az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóság [RO76] . A választ a 4 Tételben adjuk meg.

4 Tétel

Adott a 2-4b. ábra szerinti hálózat oly módon, hogy a kiemelt eszközök között diszperziómentes távvezetékek is szerepelnek és létezik a hálózat /3-34/ és /3-35/ egyenletek szerinti állapotegyenlete, adottak a fentiek szerinti kezdeti értékek és függvények. Adott tehát egy ilyen $\mathcal{N}$ hálózat. Amennyiben /i/ a veszteségmentes reaktáns elemek $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ karakterisztikái az A karakterisztika osztályhoz tartoznak és /ii/ a nemlineáris memóriamentes karakterisztikák, $T\underset{\sim}{F}$, egyértékü L-folytonosak $\mathcal{D} \subset R^n$-ben az $\underset{\sim}{x}^*$ irreguláris pontokat kivéve, ahol viszont $T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y})$ és $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ lokálisan passzivak /csak azokban a j indexü változókban, amely indexü sorában a $\partial T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) / \partial \underset{\sim}{y}$ -nak nem korlátos tagjai ill. $T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y})$ j-edik komponensének nem L-folytonos elemei vannak!/, úgy az $\mathcal{N}$ hálózatnak létezik és egyértelmü a megoldása a $\mathcal{D} \times \Theta$ tartományban.

Bizonyitás

A bizonyitás során a feladatot visszavezetjük a 2 Tételre. Azt kell megmutatnunk tehát, hogy a /3-34/ egyenletre teljesülnek a 2 Tételben az $\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}), \underset{\sim}{u}(t))$-ra vonatkozó feltételek. $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ az A karakterisztika osztályba tartozik, megmutatjuk azt, hogy az adott /3-34/ szerinti $\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}, \cdot)$ a B karakterisztika osztályhoz tartozik. A /3-34/ egyenletben $\Delta \underset{\sim}{x}(t)$ hatására t minden Δt környezetében $(\Delta t < \min\{\tau_j\})$ csak a $T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}))$, a $H_{11}\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ és a $H_{12}H_{22}^{-1}H_{21}\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ tagok változnak. Mivel $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ L-folytonos $\mathcal{D} \times \Theta$-n és diagonális C^1 diffeomorfizmus a d_e^* környezetekben és $T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y})$egyértékü, ezért $\underset{\sim}{g}(\cdot, \underset{\sim}{u})$ a B karakterisztika osztályba tartozik és U_δ elemeit a $\underset{\sim}{TF}(\underset{\sim}{y})$ tag határozza meg az irreguláris pontoknál, ahol viszont a tételbeli lokális passzivitási feltételből a megfelelő indexnél a /3-17/ feltétel teljesül, ha ezeknél az indexeknél $\underset{\sim}{TF}(\cdot)$ diagonális leképezés, illetve ha nem ilyen, akkor a 2 Lemma /i/ Megjegyzése szerint a $\underset{\sim}{TF}(\cdot)$ lokális passzivitása elegendő. q.e.d.

<u>Megjegyzések</u>

/i/ A tétel teljesüléséhez nem szükséges tehát, hogy a $\underset{\sim}{TF}(\cdot)$ diagonális leképezés legyen.

/ii/ L-J vágat és/vagy C-E hurok esetén az 1.1 Korollárium és bizonyitása szerint járunk el.

/iii/ A /3-35/ állapotegyenlet létezésével azt is feltettük, hogy $\underset{\sim}{Q}(\underset{\sim}{y})$ minden komponense invertálható /pl. egyik sem zérus, stb/.

4 A KVALITATIV ÉS KVANTITATIV VIZSGÁLATOK KAPCSOLATA, A MODELLEZÉS KORLÁTAI

4 A KVALITATIV ÉS KVANTITATIV VIZSGÁLATOK KAPCSOLATA, A MODELLEZÉS KORLÁTAI

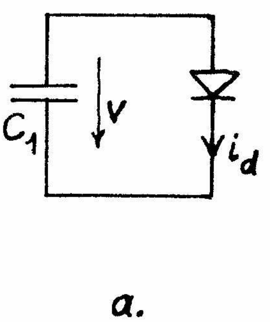
A hálózatok és rendszerek tervezésében fontos szerepe van a kvantitativ analizisnek, a hálózat és rendszer jellemzői numerikus meghatározásának. A numerikus számitások során azonban - a helyes eredmény elérése érdekében - egy sor kvalitativ tulajdonságot kell ellenőrizni. Először is meg kell győződni arról, hogy a nem közelitő, tehát egzakt megoldás létezik-e és egyértelmü-e, ha pedig a válasz igenlő, úgy a közelitő megoldás létezését /konvergenciáját/ és egyértelmüségét kell biztositani. Ez utóbbi esetben alapvetően két tipusú algoritmust kell vizsgálni: a numerikus integrálás és az iterativ nemlineáris egyenlet megoldás algoritmusát. Fontos az, hogy nem az általános numerikus matematikai tételeket keressük, jóllehet ezekből indulunk ki, de azt vizsgáljuk, hogyan lehet a konkrét hálózat vagy rendszer tulajdonságait felhasználni erősebb eredmények elérésére.

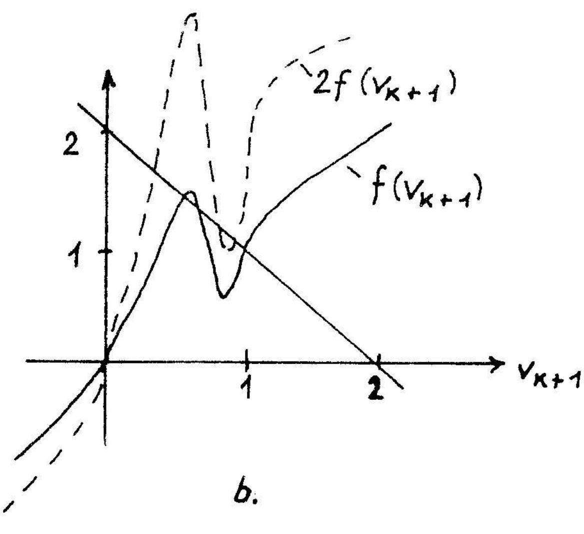
A numerikus integrálásnál egy közelités /a diszkrét megoldás/ közelitését számoljuk pontonként. Mivel kétszeres közelitésről van szó, először meg kell vizsgálni az integráló formula megoldhatóságát. Amennyiben feltesszük, hogy az integráló formulát /lépésenként/ és a nemlineáris egyenleteket egzaktul tudjuk megoldani, úgy az a kérdés merül fel: vajon milyen hálózati épitőelem modellek engedhetők meg ahhoz, hogy jó /kvalitative/ számitási eredményeket kapjunk a nemlineáris algebrai egyenletrendszer helyes, kellően pontos megoldását feltételezve. Ez a kérdésfeltevés vezet el a modellezés korlátaihoz, a megengedett épitőelem karakterisztikák és összekapcsolási módok meghatározásához.

Végül a kvalitativ és kvantitativ vizsgálat összekapcsolása vezetett el egy, a félvezető eszközök modelljei szempontjából fontos, a lokális és globális passzivitás közötti n-kapu osztály megtalálásához, és az adott tartományban kompletten stabil hálózatok feltételeihez.

4.1 Az egyértelmü numerikus integrálhatóság feltételei [RO79a]

A 2.6.4 szakaszban láttuk, hogy ahhoz, hogy elég nagy időlépést használjunk a numerikus integrálásnál célszerü az u.n. implicit integráló formulát alkalmazni, a pontosság szabta korlátokon belül. A következő példa a 4-1. ábrán azonban egy meglepő jelenséget mutat. Ha a /2-25/ egyenletbeli integráló formulát használjuk, úgy akármilyen véges kis időlépést (T) is válasz-tunk a megoldás, a k+1 -edik új érték, nem lesz egyértelmü.





4-1. ábra

A 4-1a. ábrabeli áramkör egyenletei:

$$i_d = \frac{d}{dt}\left(c_o\, v + \tau f(v)\right) + f(v)$$

$$\frac{d}{dt}\left(c_1 v\right) = -\, i_d = -\frac{d}{dt}\left(c_o\, v + \tau f(v)\right) - f(v)$$

$$q := (c_1 + c_o)v + \tau f(v) \triangleq h(v)\ ; \quad v = p(q)$$

$$\dot{q} = -f(p(q))$$

majd a /2-25/ egyenletet használva $x_k^* = x_k$ értéket véve kapjuk, hogy /a $c := c_1 + c_o$ jelöléssel/

$$q_{k+1} = q_k - Tb_{-1}\ f(p(q_{k+1}))$$

$$cv_{k+1} + \tau f(v_{k+1}) + Tb_{-1} f(v_{k+1}) = cv_k + \tau f(v_k)$$

A $c=1$, $\tau=1$, $v_k=1$, $b_{-1}=1$, $f(v_k)=1$ értékekkel kapjuk az

$$(1 + T)\ f(v_{k+1}) = 2 - v_{k+1} \qquad /4\text{-}1/$$

egyenletet, melynek a 4-1b. ábrán látható $f(\cdot)$ mellett $T=1$ esetén 3 megoldása van. $T=0$ esetén a 3 megoldás közül természetesen a $v_k = v_{k+1}$ definicíószerü volta miatt ki tudjuk választani a helyes megoldást, $T > 0$ bármilyen véges kis értéke mellett $(T < 1)$ azonban a 3 megoldás közül a /4-1/ egyenletet megoldó numerikus eljárás a közelin kivül a másik két megoldást is megtalálhatja /pl. új érték jóslástól függően/.

Fontos tehát az a kérdés - vagy az a követelmény - hogy az implicit integráló formulának legalább elegendően kicsiny véges T időlépés esetén egyértelmü legyen a megoldása. A bipoláris tranzisztor-diódás hálózatok esetén erre vonatkozó feltételek [SA70] alapján találhatók [RO71] -ben, kérdés azonban, hogyan lehet olyan általánosabb feltételeket találni, melyek ugyanakkor a karakterisztikák passzivitásán vagy más módon /a memóriamentes és reaktáns veszteségmentes részen/ ellenőrizhetők.

Válaszunkat a következő tétel és a kapcsolódó megjegyzések tartalmazzák.

5 Tétel

Adott az

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{u}) = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{u}); \quad \underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}); \quad \underset{\sim}{x}=\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{y}) \qquad /4-2/$$

egyenlettel jellemzett nemlineáris hálózat vagy rendszer, melynek megoldását a /2-25/ egyenlettel jellemzett integráló formulával keressük lépésenként, igy az új értékre, az alábbi egyenletet kapjuk

$$\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{y}_{k+1}) + Tb_{-1}\ \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}_{k+1},\ \underset{\sim}{u}(t_{k+1})) - \underset{\sim}{x}^{*}_{k} = \underset{\sim}{0} \qquad /4-3/$$

amelyet a

$$\underset{\sim}{\varphi}(\underset{\sim}{u},\underset{\sim}{y},t) = \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{y}) + (t-t_o)b_{-1}\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y},\underset{\sim}{u}(t)) - \underset{\sim}{x}^{*}_{k} \qquad /4-4/$$

alakban irva a $\underset{\sim}{\varphi}=\underset{\sim}{0}$ -hoz tartozó $\underset{\sim}{y}(t)$ megoldás adja a $t = t_{k+1}$ helyen az $\underset{\sim}{y}(t)=\underset{\sim}{y}_{k+1}$ értéket. Feltesszük, hogy $\underset{\sim}{h}(\cdot)$, $\underset{\sim}{g}(\cdot,\cdot) \in C^1$ és adott az $\underset{\sim}{y}_o = \underset{\sim}{y}(t_o) = \underset{\sim}{y}_k \in R^n$ kiinduló pont, ahol $\underset{\sim}{\varphi}(\underset{\sim}{u}_o,\ \underset{\sim}{y}_o,\ t_o) = \underset{\sim}{0}$.

A /4-3/ ill. /4-4/ integráló formulának létezik egyértelmü jobbról folytonos megoldása $\underset{\sim}{y}_o$ véges környezetében, véges időlépésre, ha

$$\det\left[\frac{\partial \underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{y})}{\partial \underset{\sim}{y}}\bigg|_{\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{y}_o} + Tb_{-1}\frac{\partial \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y},\underset{\sim}{u}(t_o))}{\partial \underset{\sim}{y}}\bigg|_{\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{y}_o}\right] \neq 0 \; .$$

/4-5/

Bizonyitás

A bizonyitáshoz a 2.5.3 Tételt használjuk fel. A /4-4/ egyenlet jelöléseivel a 2.5.3 Tétel feltételei az alábbiak szerint teljesülnek. $\underset{\sim}{\varphi}$ és $\partial \underset{\sim}{\varphi} / \partial(\underset{\sim}{u},\underset{\sim}{y})$ folytonos, mivel $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ és $\underset{\sim}{g}(\cdot,\cdot)$ C^1-beli.

A 2.5.3 Tétel /ii/ feltétele teljesül, mert a /4-4/ -beli felbontásra a $\partial \underset{\sim}{\varphi}(\underset{\sim}{u}_o, \underset{\sim}{y}, t_o)/\partial \underset{\sim}{y} \,\big|_{\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{y}_o}$ kifejezés éppen a /4-5/ egyenletbeli zárójeles tagot adja, δ_1 pedig véges. q.e.d.

Megjegyzések

/i/ Amennyiben a veszteségmentes reaktáns rész szigorúan lokálisan passziv, reciprok, úgy véges, elég kis időlépésre az integráló formulának egyetlen megoldása van. Ekkor ugyanis $\partial \underset{\sim}{h}/\partial \underset{\sim}{y}$ pozitiv definit és ha T elég kicsi - a determináns kifejtési szabály miatt - a /4-5/-beli determináns > 0. A 4-1. ábrabeli példában a karakterisztika nem lokálisan passziv!

/ii/ Amennyiben a reaktáns veszteségmentes rész reciprok, veszteségmentes, szigorúan lokálisan passziv induktivitásokból és kapacitásokból áll, úgy véges elég kis időlépésre az integráló formulának egyetlen megoldása van. Azért, mert ha nincs L-J vágat vagy C-E hurok, akkor $\underset{\sim}{h}$ diagonális és $\partial \underset{\sim}{h}/\partial \underset{\sim}{y}$ pozitiv definit;

de·ha a C-E hurok és L-J vágat eliminációt használjuk, a szigorúan lokális passzivitás megőrződik a csatolásokat tartalmazó transzformált $\underset{\sim}{h}(\cdot)$ -ban is [CH80, Theorem 1].

/iii/ A /4-3/ egyenletnek a Newton módszerrel való megoldásakor a $\partial \underset{\sim}{\varphi}/\partial \underset{\sim}{y}$ nemszingularitását általában ellenőrzik, tehát a feltétel számszerü ellenőrzése megtörténik automatikusan.

Egylépéses integráló formulák passzivitásának és stabilitásának kapcsolatára, mint speciális esetekre mutat rá a [RN80] dolgozat.

4.2 A modellezés korlátai, korrekt kitüzésü analizis feladatok

Nemlineáris hálózatok és rendszerek kvantitativ analizisét vizsgáljuk abból a szempontból, hogy kvalitative helyes eredményeket kapjunk. Azzal a feltevéssel élünk, hogy a kvantativ /numerikus/ analizis során a nemlineáris algebrai egyenletrendszer megoldására használt eljárásaink konvergensek /lásd részletesen [OR70]-ben, és elegendően pontosak. Célunk alapvetően annak meghatározása, hogy az eszközök és épitőelemek modelljeiben a karakterisztikáknak mely osztálya és az összekapcsolási módoknak milyen halmaza engedhető meg ahhoz, hogy a kvantitativ vizsgálatoknál legalább kvalitativ helyes eredményeket kapjunk, mi az a közös gyökér, amelyből következnek a különböző „jó" kvalitativ tulajdonságok.

Első kérdés annak eldöntése, hogy mit tekintünk a kvalitative helyes, „jó" eredmény kritériumainak. A fenti feltételek mellett a kvalitative helyes eredmény kritériumainak - a továbbiakban a korrekt kitüzésü hálózat /rendszer/ analizis feladat ismérveinek - az alábbi tulajdonságok egyidejü teljesülését tekintjük /részletes definiciókat lásd a 2. fejezetben/:

A: legalább egy rezisztiv egyenáramú megoldás létezése

B: az időtartománybeli megoldás egyértelmüsége

C: véges időbeli korlátosság

Megjegyezzük, hogy a gyakorlatban fontos esetben /lásd 6 Tétel/ ezek következménye:

D: az egyértelmü /implicit/ numerikus integrálhatóság,
igy a következőkben a D tulajdonságot is beleértjük.

Az ismérvekhez néhány fontosnak tünő megjegyzést teszünk.

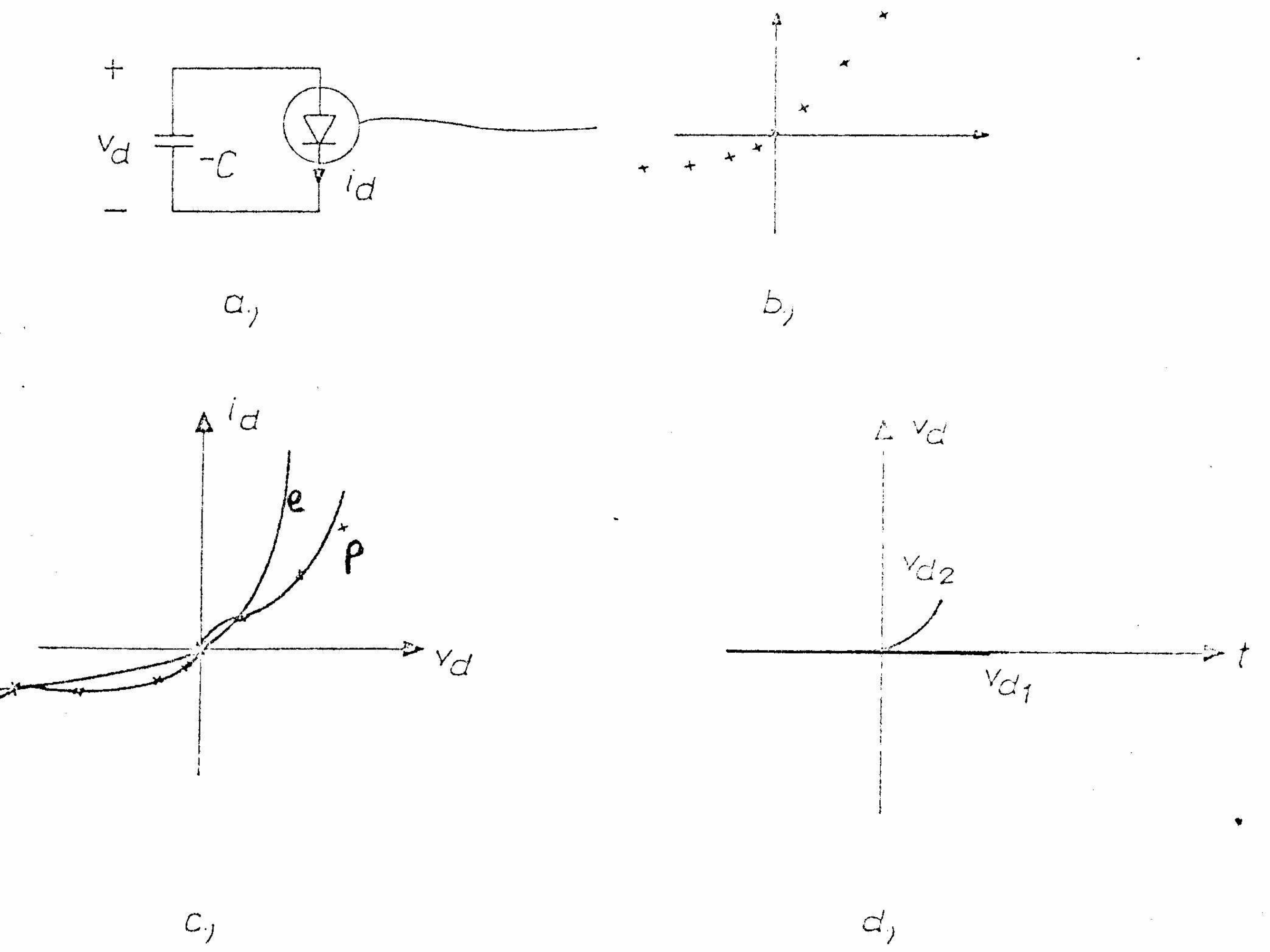
/i/ Az A-tulajdonsággal kevesebbet követelünk, mint a 2.7 szakaszban vizsgált egyértelmü dinamikus DC megoldást. Csak a létezést, illetve egy adott kezdeti értéket kivánunk meg.

/ii/ A B-tulajdonsággal a 2.7 szakaszban definiált korrekt kitüzésü feladat meghatározások közül az ott /ii/-nek nevezettet követeljük meg.

/iii/ A D-tulajdonság egy elég speciális követelmény. Ennek gyakorlati fontossága azonban éppen az implicit integráló formuláknak a hálózat /és rendszer/ analizisban játszott szerepe miatt nem elhanyagolható.

/iV/ A fenti négy kritériumban - bár a realizálhatósági feltételeken túlmenően - csak azokat a minimális követelményeket foglaltuk egybe, amelyek /megítélésünk szerint/ a kvalitative helyes analizishez szükségesek.

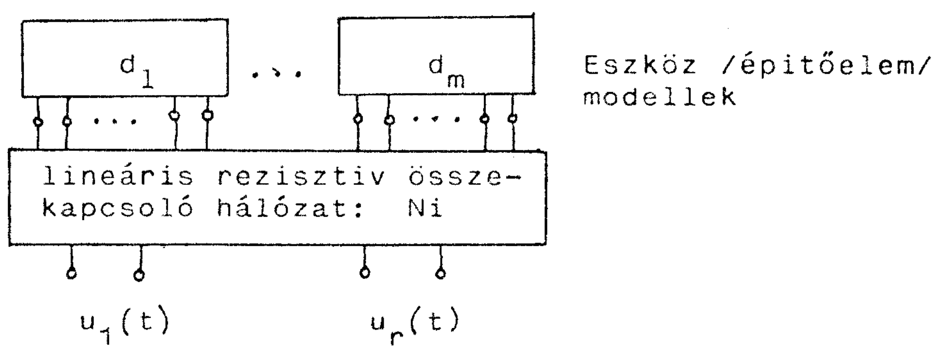
/v/ Felhivjuk a figyelmet arra, hogy az eszközök modelljeinek pontossága és a kvalitative helyes müködés nincsenek direkt kapcsolatban. Ennek illusztrálására a 4-2. ábrán látható példát mutatjuk be.



4-2. ábra

Az a. ábrán látható áramkör diódájának néhány pontban mért karakterisztikáját látjuk a b. ábrán. A c. ábrán ennek a karakterisztikának két közelitését rajzoltuk le: egy pontosabb polinomiálisat /mely az origó közelében $v_d = k\, i_d^3$-nek megfelelően viselkedik és p-vel jelöljük/ és egy kevésbé pontos exponenciálisat (e). A pontosabb közelitésü karakterisztika esetén a t=0, $v_d=0$ kezdeti érték mellett a válasz $(v_d(t))$ nem egyértelmü /d. ábra/, tehát nem korrekt kitüzésü a hálózat analizis feladat.

Célunk tehát az eszköz /épitőelem/ modellek és összekapcsolások azon - lehetőleg minimális - feltételeinek meghatározása, melyek korrekt kitüzésü hálózat /rendszer/ analizis feladatot eredményeznek. Az összekapcsoláson is hangsúly van, az összekapcsoló hálózatot lineárisnak, és rezisztivnek tételezzük fel. Ennek megfelelően az eredő hálózat a 4-3. ábrán látható struktúráju

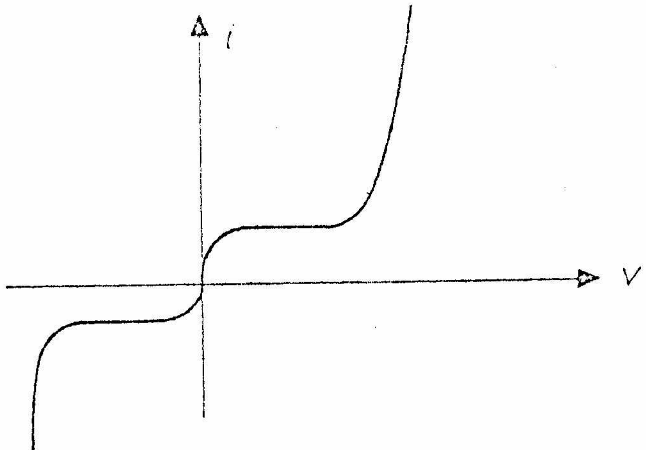


4-3. ábra

Általános feltételek

Válasszuk a kiemelt eszköz modelleket két részre: a memóriamentes és a veszteségmentes részeket választjuk külön, ekkor kapjuk a 3-2. ábrán látható hálózatot.

$\dot{M}$ -ből annyi memóriamentes elemet viszünk $\underset{\sim}{\Phi}$ -be, amennyit csak lehet. A kiemelt eszközmodellek határozzák meg azt, hogy az Ni hálózat egy-egy kapuja feszültségkapu, áramkapu vagy semleges kapu. A <u>feszültségkaput</u> feszültséggenerátorral, az <u>áramkaput</u> áramgenerátorral lehet gerjeszteni úgy, hogy egy adott hibrid gerjesztés esetén az eszköz modell konjugált kapu változói /feszültség gerjesztéskor az áram és megforditva/ egyértelmüek tetszőleges megengedett jelalakokat feltételezve. A feszültséggel és árammal egyaránt gerjeszthető kapukat <u>semleges kapu</u>nak nevezzük, a kapacitásokat feszültségkapunak, az induktivitásokat áramkapunak tekintjük, és a nem- Lipschitz tulajdonságú memóriamentes egy-kapukkal párhuzamosan kapacitásokat /ha feszültségkapu/ illetve sorosan induktivitásokat /ha áramkapu/ tételezünk fel. Ha egy kizárólag áram /feszültség/ vezérelt ellenállással parallel /sorosan/ lenne kapacitás /induktivitás/, akkor nem létezne egyértelmü állapotegyenlet $(\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}))$! Természetesen a L-folytonos $\underset{\sim}{\Phi}$ -beli elemek között lehet csatolás. Felhivjuk a figyelmet arra, hogy lényegében egyetlen modell elemet zártunk ki a tárgyalásból, nevezetesen egy a 4-4. ábrán jelzett karakterisztikájú memóriamentes rezisztiv egy-kaput, melynek sem parallel kapacitása, sem soros induktivitása nincs /az ábrán látható karakterisztika lényege, hogy sem feszültségkapuként, sem áramkapuként nem L-folytonos/.



4-4. ábra

Az összekapcsoló hálózattal szemben más általános követelményt, mint a fentiek szerinti kapu gerjesztésekkel a gerjeszthetőséget,nem teszünk /feszültségkapunál feszültség, áramkapunál áram, semleges kapunál feszültség vagy áram gerjesztés jelenti ezt a megengedett hibrid gerjesztést/.

A 3 Tételnél alkalmazott jelölésekkel a 3-2. ábrabeli $\mathcal{N}$ hálózat állapotegyenlete

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}\ ,\ \underset{\sim}{u}(t))) \qquad /4\text{-}6/$$

ahol $\underset{\sim}{g},\ \underset{\sim}{h},\ \underset{\sim}{p} \in C^{0},\quad R^{n} \to R^{n},$

$$\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{y}) = \underset{\sim}{g}'(\underset{\sim}{y}) + \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y}) = H_{22}\underset{\sim}{y} + \underset{\sim}{b}_{z}(t) + \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})$$

$$+H_{21}\ \underset{\sim}{e}^{-1}\left(-H_{12}\underset{\sim}{y}\right) \qquad /4\text{-}7/$$

$$\underset{\sim}{e}(\underset{\sim}{\zeta}) = (\underset{\sim}{\phi}^{*}(\underset{\sim}{\zeta}) + H_{11}\underset{\sim}{\zeta} + \underset{\sim}{b}_{\eta}(t)) \qquad /4\text{-}8/$$

és $\underset{\sim}{\eta} = \underset{\sim}{\phi}^{*}(\underset{\sim}{\zeta})$, a H, B hibrid leirást pedig a /3-22/ egyenlet definiálja. Az $\underset{\sim}{e}(\underset{\sim}{\zeta})$ lokális C^{1} diffeomorfizmus /ha pl. az összekapcsoló hálózat passziv és a $\underset{\sim}{\phi}^{*}$ szigorúan passziv diagonális akkor $\underset{\sim}{e}(\underset{\sim}{\zeta})$ globális C^{1} diffeomorfizmus/.

Az általános feltételekről megállapitható, hogy jóllehet azok nem koordináta függetlenek, de a hálózatok /ill. a /4-6/ egyenlettel jellemzett rendszerek/ igen széles osztályát lefedik.

6 Tétel

Adott a fenti általános feltételekkel jellemzett hálózat. Amennyiben az alábbi feltételek teljesülnek, akkor a hálózat analizis feladat korrekt kitüzésü.

Feltételek

/i/ Az M hálózatrész memóriamentes rész-n-kapui és ϕ_i ill. $\underset{\sim}{\phi}$ lényegében passzivak

/ii/ Az Ni hálózatrész feszültség és áram kapuira a topológiai hipotézis teljesül /l. 2.6.3 szakaszban/

/iii/ Az Ni összekapcsoló lineáris rezisztiv hálózat pozitiv ellenállásokból áll /ill. passziv/

/iv/ A reciprok reaktiv elemeket leiró $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ és $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{y})$ szigorúan lokálisan passziv C^1 diffeomorf állapot függvény, $P(\underset{\sim}{x}) \to +\infty$ $\|\underset{\sim}{x}\| \to \infty$ esetén, $\phi_i p_i$ lokálisan passziv diagonális az irreguláris pontokban és $\left(H_{11} + \partial \underset{\sim}{\phi}^* / \partial \underset{\sim}{\zeta}\right)^{-1}$ létezik.

Bizonyitás:

Sorra megmutatjuk a korrekt kitüzésü analizis feladatot jellemző A,B,C és D tulajdonságok teljesülését. /a kapacitiv huroktól ill. induktiv vágattól az L-J vágat ill. C-E hurok eliminálás miatt [CH80a] eltekintünk/

A: A rezisztiv egyenáramú megoldást a

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\zeta}) \\ \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y}) \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\zeta} \\ \underset{\sim}{y} \end{bmatrix} + B\, \underset{\sim}{u}_o = \underset{\sim}{0} \qquad /4\text{-}9/$$

/ $\underset{\sim}{\eta} = \underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\zeta})$; $\underset{\sim}{z}' = \underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})$, egyenáramon $\underset{\sim}{z} = \underset{\sim}{0}$ /

egyenlet adja.

A /4-9/ egyenletnek viszont a 2.5.2 Tétel szerint létezik megoldása, mivel $\underset{\sim}{\phi}$ és $\underset{\sim}{\phi}^*$ az /i/ feltétel szerint lényegében passzivak, H pedig pozitiv definit a /ii/ és /iii/ feltétel miatt.

B: A /ii/ és /iii/ feltétel miatt H létezik és a /iv/ feltétel pedig ezzel együtt megadja a 3 Tételben megkivánt feltételeket, melynek alapján az időtartománybeli megoldás - a /iv/ feltételt kielégitő $\mathcal{D} \subset R^n$ tartományban - egyértelmü.

C: A 2.6.3.2 Tétel feltételeinek teljesülése biztositja a véges idejü korlátosságot. A $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ -re vonatkozó feltételt a /iv/ feltétel garantálja. A memóriamentes részre pedig a topológiai feltételt a /ii/ feltétel biztositja /a 2.6.3.2 Tételben megköveteltnél szigorúbb/, az egyes elemekre pedig igaz, hogy $\langle \underset{\sim}{y}_R^\alpha, \underset{\sim}{g}_R^\alpha(\underset{\sim}{y}_R^\alpha) \rangle \geq -k_\alpha$, ugyanis: - a $\underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\zeta})$ folytonos és lényegében passziv, tehát egy véges k_ζ méretü gömbön kivül a skalár szorzat nem negativ, azon belül pedig a folytonosság biztositja a skalár szorzat korlátosságát, mivel $\underset{\sim}{g}'$ a $(H_{11} + \partial\underset{\sim}{\phi}^*/\partial\underset{\sim}{\zeta})$ és inverze létezése miatt korlátos;

- H létezik és pozitiv szemidefinit igy a hozzá tartozó k_α zérus;
- a $\underset{\sim}{\phi}(\underset{\sim}{y})$ folytonos és lényegében passziv, tehát a hozzá tartozó véges k_y gömbön belül a skalár szorzat korlátos, a gömbön kivül pedig a skalár szorzat nem negativ.

D: Az 5 Tétel feltételeinek teljesitése biztositja az „implicit" numerikus integrálhatóságot. Fontos azonban, hogy e tulajdonsághoz semmi többet nem követelünk, mint azt, amit az A,Ḃ,C tulajdonságok teljesüléséhez. A /iv/ feltétel miatt ugyanis $\partial \underset{\sim}{h} / \partial \underset{\sim}{y}$ pozitiv definit volta az 5 Tétel /i/ Megjegyzés miatt korlátos $\underset{\sim}{g}$ és $\partial \underset{\sim}{g} / \partial \underset{\sim}{y}$ mellett biztositja az egyértelmü integrálhatóságot elég kicsi véges T időlépésre. A 3. Tétel bizonyitásában viszont megmutattuk, - ami a /4-7/ egyenletből is látható - hogy $\partial \underset{\sim}{g} / \partial \underset{\sim}{y}$ a d_e^* /irreguláris pontok $\mathcal{E}$ környezete/ kivételével véges. E környezetekben viszont elegendően kicsi, de véges $\mathcal{E}$ mellett a /4-5/ egyenletben bármely rögzitett véges T értéknél a $\partial \underset{\sim}{\phi} / \partial \underset{\sim}{y}$ pozitiv diagonál mátrix dominál. Egyetlen esetet kell tehát megvizsgálni, azt, amikor az $\underset{\sim}{x}^*(\underset{\sim}{y}^*)$ -ból indul az integrálás vagy ide érkezik.

A /4-3/ integráló formulát a d_e^* környezetben felirva, felhasználva a /4-7/ egyenletet és szétválasztva a nem L-folytonos változókat /i indexszel jelölve; ha több ilyen van a bizonyitás $\phi_i p_i$ diagonális volta miatt változatlan/ a többitől $\left(azaz \ \underset{\sim}{y} = \begin{bmatrix} y_i \\ \underset{\sim}{y}_{-i} \end{bmatrix} \right)$, kapjuk:

$$x_{i,k} - h_i(y_{i,k+1}) = Tb_{-1} g_i(\underset{\sim}{y}_{k+1}, \underset{\sim}{u}(t_{k+1})) =$$

$$= Tb_{-1} g_i'(\underset{\sim}{y}_{k+1}, \underset{\sim}{u}(t_{k+1})) + Tb_{-1}\phi_i(y_{i,k+1})$$

/4-10a/

$$\underset{\sim}{x}_{-i,k} = \underset{\sim}{h}_{-i}(\underset{\sim}{y}_{-i,\ k+1}) + Tb_{-1}\underset{\sim}{g}_{-i}(\underset{\sim}{y}_{k+1}, \underset{\sim}{u}(t_{k+1}))$$

/4-10b/

ahol a /4-3/ -beli $\underset{\sim}{x}_k^*$ -ot $\underset{\sim}{x}_k$ -val jelöltük nehogy az $\underset{\sim}{x}^*$ irreguláris ponttal összekeverjük. Természetesen T=O -ban $\underset{\sim}{y}_{k+1}=\underset{\sim}{y}_k$. T tehát elég kicsi, de véges és rögzitett. A /4-10a/ egyenlet megoldása egyértelmü, mivel a h_i meredeksége ebben a környezetben pozitiv és a jobb oldalon a ϕ_i meredeksége dominál /elég kicsi ε /, ami szintén pozitiv /a /4-10/ megoldásának szukszesszív eljárását úgy tekintjük, mint a /4-10a/ és /4-10b/ felváltva közelitését/. A /4-10b/ egyenletre viszont az előbbiek szerint teljesül a /4-5/ feltétel az 5 Tétel /i/ Megjegyzése miatt. q.e.d.

Megjegyzések /a 6 Tételhez/

/i/ A 6 Tétel /i/-/iv/ feltételeit a $(H_{11} + \partial\underset{\sim}{\phi}^*/\partial\underset{\sim}{\zeta})^{-1}$ létezése kivételével ellenőrizni lehet az elemértékeken és az összekapcsolás topológiáján. Mivel azonban H_{11} pozitiv definit, igy az egyszerübb $\underset{\sim}{\phi}^*(\underset{\sim}{\zeta})$ karakterisztikáknál az ellenőrzésre számos egyszerü lehetőség kinálkozik. /Pl. ha lokálisan passziv diagonális, akkor a feltétel automatikusan teljesül - ez felel meg annak, hogy a szokásos karakterisztikájú diódák vannak M -ben/.

/ii/ A 6 Tétel /ii/ topológiai feltétele enyhithető. Ha ugyanis a dinamikus hálózat kezdeti feltételét adottnak tételezzük fel vagy a memóriamentes részek diagonálisan lényegében szigorúan passzivak, azaz $|\zeta_j| > M_j$ esetén $\zeta_j\ \phi_j > 0$ és $\zeta_j \to \pm\infty \Rightarrow \phi_j \to \pm\infty$, úgy elegendő a H létezése [CW77, 46-47 old.] a rezisztiv DC megoldáshoz, ami azt jelenti, hogy a feszültségkapuk nem alkotnak hurkot és az áramkapuk nem alkotnak vágatot. Ennél kicsit erősebb topológiai feltétel, a 2.6.3.2 Tételbeli topológiai hipotézis /TH/ α C /és az összes/ tulajdonságot is biztositja. Összefoglalva: diagonálisan lényegében szigorúan passziv memóriamentes M-beli rész-n-kapuk esetén elegendő az ATH és a H létezésének feltevése a 6 Tétel /ii/ feltételében.

/iii/ A 6 Tétel feltételei elégséges feltételek, amelyek tetszőleges megengedett karakterisztikákra vonatkoznak. Közel állnak a szükségességhez abban az értelemben, hogy ha bármelyik feltétel nem teljesül, úgy található olyan hálózat /rendszer/ és karakterisztika, amely nem korrekt-kitüzésü hálózat /rendszer/ analizis feladatot jelent. Egy adott, a feltételek valamelyikét sértő hálózat /rendszer/ esetén az A,B,C és D tulajdonságokat egyenként kell ellenőrizni.

4.3 Mellékátlósan lokálisan aktiv /passziv/ n-kapuk és szerepük néhány kvalitativ tulajdonság eldöntésében

A kvalitativ és kvantitativ vizsgálatok egy érdekes aspektusa annak vizsgálata, hogy a valóságos eszközök karakterisztikáinak konkrét kvantitativ tulajdonságaiból hogyan lehet meghatározni egy, e tulajdonságokat lehetőleg minimálisan lefedő, kvalitativ tulajdonságokkal rendelkező n-kapu osztályt. Mint láttuk a komplett stabilitás feltételeknél is felmerült az a probléma, hogy az eredmények használhatóságának jelentős korlátja, hogy a feltételek jórészt reciprok és lokálisan passziv memóriamentes n-kapukra vonatkoznak /lásd 2.6.5 szakaszt/. A globálisan passziv n-kapuk túl kevés megkötést jelentenek. A gazdasági rendszerek és egyéb alkalmazások területén - alapvetően I.W. Sandberg eredményeire támaszkodva - kiderült, hogy a mellékátlósan monoton és antiton leképezéseknek nagy szerepük van [SA77, SA78, OH79, stb.]. Ezek alapján állapitottuk meg RO79b , hogy nem diagonális leképezés esetén, pl. MOS tranzisztoroknál ezek a leképezések játszanak fontos szerepet. Ezen megállapitás alapján került sor néhány MOS tranzisztor modell példában a mellékátlós tulajdonságok tartományának konkrét ellenőrzésére [SO80]. A MOS tranzisztorok egyes karakterisztikái monoton tulajdonságaira már korábban felhivták a figyelmet /pl. [JL73]/.

A fenti eredmények motiválták a következő felismerést: van a memóriamentes n-kapuknak egy olyan közbenső osztálya /a lokális és globális passzivitás között/, melyet részben a mellékátlós monotonicitás /antitonicitás/ jellemez és ez az új osztály egy sor praktikus és ugyanakkor elméletileg is jelentős eredményre vezet. Jelen szakaszban ezt a kérdéskört vizsgáljuk [RO80b] /a komplett stabilitásra vonatkozó eredményt a következő szakaszban adjuk meg/.

Definició

Egy n-kapu, melynek konjugált kapuváltozói közötti C^1 leképezés $\underset{\sim}{F}(\cdot):R^n \supset \mathcal{D} \rightarrow R^n$ mellékátlósan lokálisan aktiv /passziv/ $\mathcal{D}_0 \subset \mathcal{D}$-n akkor és csak akkor, ha

/i/ $\underset{\sim}{F}(\cdot)$ diagonálisan szigorúan izoton és

/ii/ $\underset{\sim}{F}(\cdot)$ mellékátlósan antiton /izoton/

Fontos, hogy az /i/ tulajdonságot is megköveteljük. A Jacobi mátrix főátlójában pozitiv, egyébként nem pozitiv /nem negativ/ elemek vannak.

Mellékátlósan lokálisan aktiv /passziv/ n-kapuk jelentőségét az alábbiak motiválják.

Megjegyzések

/i/ Gyakorlatban fontos eszközök karakterisztikái mellékátlósan lokálisan aktivak /passzivak/. A /2-4a/ egyenletekkel jellemzett bipoláris tranzisztor modell memóriamentes része /kapacitiv része is/ mellékátlósan lokálisan aktiv 2-kapu a változók $/v_e, v_c/$ teljes tartományában. A szokásos MOS tranzisztor modellek memóriamentes része mellékátlósan lokálisan aktiv /passziv/ 2 kapu „földelt source" vagy „földelt drain" kapcsolásban a tartomány egy-egy részén, mivel a mellékátlós tulajdonságon [JL73, SO80] kivül a főátlós szigorú izotonicitás is teljesül.

/ii/ Az új n-kapu osztály a lokálisan passziv és globálisan passziv n-kapuk között helyezkedik el és nemreciprok.

/iii/ A /2-4/ egyenletbeli kvázi diagonalitás /mátrix szorozva egy diagonális függvénnyel/ nem szükséges.

/iv/ Egy sor matematikai eredmény van, amely kihasználja az új n-kapu osztályt jellemző függvények /leképezések/ tulajdonságait /lásd pl. [OR70, SA77, SA78a, SA78b, SA80, OH79] stb./.

Az új n-kapu osztály jelentőségét a fentieken kivül két elméleti eredménnyel is megmutatjuk /7 Tétel és 8 Tétel/, melyek közül az utóbbi egy fontos stabilitás problémára ad választ /4.4 szakasz/.

Nemlineáris egyenáramú hálózatok számitási eljárásának konvergenciája

A DC munkapont meghatározására, illetve algebrai egyenletrendszer megoldására egy előnyös módszer a nemlineáris szukcessziv relaxációs /successive overrelaxation: SOR/ és a nemlineáris Jacobi eljárás, melyet a következő egyenletek definiálnak /az $\underset{\sim}{f}(\hat{x}) = \underset{\sim}{b}$ megoldására/ [OR70]:

nemlineáris SOR eljárás

$$\text{megoldandó } x_i\text{-re az } f_i(x_1^{k+1}, \dots x_{i-1}^{k+1}, x_i, x_{i+1}^k \dots x_n^k) =$$

$$= b_i \rightarrow \hat{x}_i$$

$$\text{majd } x_i^{k+1} = x_i^k + \omega(\hat{x}_i - x_i^k) ;$$

$$i = 1, 2, \dots n; \qquad k = 0, 1, 2, \dots \qquad /4\text{-}11/$$

nemlineáris Jacobi eljárás

$$\text{megoldandó } x_i\text{-re az } f_i(x_1^k, \dots x_{i-1}^k, x_i, x_{i+1}^k \dots x_n^k =$$

$$= b_i \rightarrow \hat{x}_i$$

$$\text{majd } x_i^{k+1} = x_i^k + \omega(x_i - x_i^k) ;$$

$$i = 1, 2, \dots n; \qquad k = 0, 1, 2, \dots \qquad /4\text{-}12/$$

ahol x_i^k a k-adik iteráció értéke, $\omega \in (0,1]$ relaxációs paraméter. Az egyenletmegoldás során egy-egy lépésben

$(f_i(\ ) = b_i \rightarrow \hat{x}_i)$ csak egy változós egyenletet kell /n-szer/ megoldani /pl. Newton eljárással/. /Egy speciális alkalmazásra, ha $\underset{\sim}{f} = T\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{x}) + A\underset{\sim}{x} - \underset{\sim}{b}$ és $\underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{x})$ exponenciális diagonál leképezés, egyszerüsitett eljárást tartalmaz a [TA80] dolgozat./ A módszer tehát előnyös, azonban fontos kérdés az eljárás konvergenciája. Megjegyezzük, hogy egy eljárás konvergenciája mellett fontos a konvergencia sebesség és konvergencia tartomány relativ nagyságának kérdése is [CW77, AD80], első kérdés azonban a konvergencia ténye.

Az lenne kivánatos, hogy a gyakorlatban általában használt eszköz modellek kvalitativ tulajdonságai mellett az összekapcsoló hálózattól függően /az eszközparamétereket figyelembe véve/ megállapithassuk, hogy egy jól használható eljárás egy adott pontból kiindulva konvergens-e. Erre a kérdésre ad választ a következő tétel.

Tekintsük a 4-3. ábrabeli hálózatot. Tegyük fel, hogy létezik egyenáramú megoldás és ezt a memóriamentes hálózat$(\mathcal{N}_{RG})$-ból határozzuk meg. Az m darab nemlineáris n-kapu $d_1, \dots d_m$ most memóriamentes n_1-, n_2-, ... n_m-kaput jelent, az r darab gerjesztés pedig állandó értékü. Az összekapcsoló hálózat $\mathcal{N}$i lineáris, memóriamentes, szigorúan passziv /pl. pozitiv lineáris ellenállásokból áll, melynek létezik a megfelelő hibrid leirása/. A $d_1, \dots d_k, \dots d_m$ eszközmodellek a következők:

$$\underset{\sim}{z}_k = \underset{\sim}{F}_k(\underset{\sim}{y}_k) \qquad /4\text{-}13/$$

$\underset{\sim}{z}_k, \underset{\sim}{y}_k \in R^{n_k}$ a konjugált kapuváltozói az eszköznek,

$F_k \in C^0 : R^{n_k} \rightarrow R^{n_k}$.

A

$$\underset{\sim}{z}: = [\underset{\sim}{z}_1^T, \dots \underset{\sim}{z}_m^T]^T; \quad \underset{\sim}{y}: = [\underset{\sim}{y}_1^T, \dots \underset{\sim}{y}_m^T]^T$$

$$\underset{\sim}{u}: = [u_1^T, \dots u_r^T]^T; \quad \underset{\sim}{F}: \underset{\sim}{z} = \underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) \qquad /4\text{-}14/$$

$$\underset{\sim}{u} \in R^r; \ \underset{\sim}{z}, \underset{\sim}{y} \in R^n \text{ és } n = \sum_{i=1}^{m} n_i$$

jelölésekkel, ha a lineáris n+r -kapu Ni leiró egyenlete

$$-\underset{\sim}{z} = H\underset{\sim}{y} + B\underset{\sim}{u} \qquad /4\text{-}15/$$

úgy $\mathcal{N}$ /ill. $\mathcal{N}_{RG}$/ leiró egyenletére kapjuk:

$$\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}) = \underset{\sim}{b} \qquad /4\text{-}16/$$

ahol

$$\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}) = \underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) + H\underset{\sim}{y}; \quad \underset{\sim}{b} = -B\underset{\sim}{u} \qquad /4\text{-}17/$$

Lényegében visszakaptuk a 2-4b. ábrabeli hálózat leiró egyenletét a $\frac{d}{dt} \varrho_k(\cdot) = 0$ és $T_k = 1$ esetre azzal a változtatással, hogy $F_k(\cdot)$ nem diagonális.

7 Tétel

Adott a /4-16/ egyenlettel jellemzett $\mathcal{N}$ hálózat. Tegyük fel, hogy

/i/ a $d_1, \dots d_m$ n-kapuk mellékátlósan lokálisan aktivak és

/ii/ a H hibrid matrix mellékátlóbeli elemei nempozitivak.

Amennyiben található két olyan $\underset{\sim}{y}$ érték, $\underset{\sim}{y}_{o1}$, $\underset{\sim}{y}_{o2} \in R^n$, $\underset{\sim}{y}_{o1} \leq \underset{\sim}{y}_{o2}$, amelyre

$$\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}_{o1}) \leq \underset{\sim}{b} \leq \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}_{o2}) \qquad /4\text{-}18/$$

akkor mind a SOR mind a Jacobi eljárás egyértelmüen definiált és egyértelmü $\underset{\sim}{y}_1^*$ és $\underset{\sim}{y}_2^*$ megoldásokhoz tart az $\underset{\sim}{y}_{o1}$ és $\underset{\sim}{y}_{o2}$-ből indulva $/\underset{\sim}{y}_1^* \leq \underset{\sim}{y}_2^*/$ bármely $\omega \in (0,1]$ relaxációs paraméter esetén.

Bizonyitás

A bizonyitáshoz felhasználjuk az alábbi állitást /l. [OR70], 465. old./:

Legyen $\underset{\sim}{f} \in C^o : R^n \to R^n$ mellékátlósan antiton és diagonálisan szigorúan izoton. Ha az $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}) = \underset{\sim}{b}$ egyenletben valamely $\underset{\sim}{b}$ esetén létezik $\underset{\sim}{y}_{o1}$, $\underset{\sim}{y}_{o2} \in R^n$ úgy, hogy

$$\underset{\sim}{y}_{o1} \leq \underset{\sim}{y}_{o2}; \; \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}_{o1}) \leq \underset{\sim}{b} \leq \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}_{o2}),$$

akkor a nemlineáris SOR és Jacobi eljárások egyértelmüen definiáltak, egyértelmü $\underset{\sim}{y}_1^*$ és $\underset{\sim}{y}_2^*$ megoldásokhoz tartanak $\underset{\sim}{y}_{o1}$ és $\underset{\sim}{y}_{o2}$ -ből kiindulva minden $\omega \in (0,1]$ esetén és $\underset{\sim}{y}_1^* \leq \underset{\sim}{y}_2^*$.

A 7 Tétel bizonyitásához most már, az állitás alapján, azt kell megmutatni, hogy $\underset{\sim}{f}$ mellékátlósan antiton és diagonálisan szigorúan izoton. Mivel Ni szigorúan passziv, ezért H főátlóbeli elemei pozitivok és mivel a $d_1, \ldots d_m$ n-kapuk mellékátlósan lokálisan aktivak, ezért F_k és F diagonálisan szigorúan izoton-ak. Igy $\underset{\sim}{f}$ a /4-17/ alapján diagonálisan szigorúan izoton. Másrészt a 7 Tétel /ii/ feltétele valamint $\underset{\sim}{F}_k$ és $\underset{\sim}{F}$ mellékátlósan antiton volta miatt $\underset{\sim}{f}$ mellékátlósan antiton. q.e.d.

Megjegyzések

/i/ Amennyiben az Ni összekapcsoló hálózat pozitiv lineáris ellenállásokból áll és H admittancia leirás, akkor ha a $d_1, \ldots d_m$ n-kapuknak van közös referencia pontja /a feszültséggenerátorokat rövidrezárva, áramgenerátorokat szakadással helyettesitve/, úgy a tétel /ii/ feltétele teljesül.

/ii/ Érdekes megemliteni, hogy $\underset{\sim}{f}$ egy szükebb osztályára ($\underset{\sim}{f}: R_+^n \to R_+^n$) az állitáshoz részben hasonló eredményeket találtak [SA79], melyeket gazdasági rendszerek analizisében lehet alkalmazni.

/iii/ Példaként emlitjük, hogy a /2-4a/ modell egyenletekkel jellemzett tranzisztoros-diódás áramkör esetén mindig található egyszerüen egy $\underset{\sim}{y}_{o1}$ és $\underset{\sim}{y}_{o2}$, nevezetesen $\underset{\sim}{y}_{o1}$-re eléggé nagy negativ /záró/ értékeket, $\underset{\sim}{y}_{o2}$-re pedig eléggé nagy pozitiv /nyitó/ értékeket választva. Ezen áramkörök esetére tehát a tétel egy közvetlen alkalmazást jelent. Hasonló gondolatmenettel keresendők egyéb áramkörök és hálózatok megfelelő $\underset{\sim}{y}_{o1}$ és $\underset{\sim}{y}_{o2}$ értékei.

/iv/ A /4-13/ és /4-15/ egyenletek lehetnek pl. indefinit admittance leirások is.

4.4 Adott tartományban a nemlineáris hálózatok komplett stabilitásának feltételei

Az előző szakaszban bevezetett új n-kapu osztály, valamint az [SA78 b ill. SA77] -beli eredmények vezettek a [CH80] -beli motivációk alapján a nemlineáris autonóm hálózatok adott tartománybeli komplett stabilitásának feltételeihez. A 2.6.5 szakaszban az eredmények ismertetését azzal zártuk, hogy [CH 80] alapján megfogalmazódott az a kérdés, hogyan dönthető el a komplett stabilitás adott tartományban nemreciprok /és részben lokálisan aktiv/ memóriamentes modellel rendelkező hálózatok esetén. A következőkben vázoljuk azt a hálózatosztályt, amelyre a fenti kérdésre adott válaszunk vonatkozik. A válasz a 8 Tétel lesz.

Tekintsük ismét a 4-3. ábrabeli hálózatot. Az eszközök leiró egyenletében figyelembe vesszük a dinamikus viselkedést a következő módon /a /4-13/ egyenletben lesz egy additiv tag, egyébként a /4-14/, /4-15/ egyenletek változatlanok, összevetésként l. még a 2-2 Példa leiró egyenleteit/:

$$\underset{\sim}{z}_k = \underset{\sim}{F}_k(\underset{\sim}{y}_k) + \frac{d}{dt}\underset{\sim}{Q}_k(\underset{\sim}{y}_k) \qquad /4\text{-}19/$$

illetve

$$\underset{\sim}{z} = \underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{y}) + \frac{d}{dt}\underset{\sim}{Q}(\underset{\sim}{y}) \qquad /4\text{-}20/$$

Bevezetve az $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{Q}(\underset{\sim}{y})$ és $\underset{\sim}{y} = \underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ alapján az $\underset{\sim}{x}$ állapotváltozókat kapjuk:

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = -\underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{x});\quad \underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})) + H\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}) + B\underset{\sim}{u} \qquad /4\text{-}21/$$

ahol $\underset{\sim}{p}, \underset{\sim}{Q} \in C^1$ diffeonorfizmus $R^n \to R^n$.

<u>8 Tétel</u>

Adott a 4-3. ábrabeli $\mathcal{N}$ hálózat a /4-21/ egyenlet szerinti leirással.

Tegyük fel, hogy az eszközök memóriamentes n-kapu modelljei mellékátlósan lokálisan aktivak($\underset{\sim}{F}_k(\cdot)$) ill. a veszteségmentes reaktiv részek($\underset{\sim}{Q}_k(\cdot)$), melyekre $\underset{\sim}{Q}_k(\underset{\sim}{o}) = \underset{\sim}{O}$ szigorúan lokálisan passzivak, $\underset{\sim}{p} \in C^1$ diffomorf diagonális és az összekapcsoló lineáris hálózat, Ni szigorúan passziv.

Egy $\underset{\sim}{e}$ egyensúlyi pont /statikus megoldás: $\underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{e}) = \underset{\sim}{O}$ / $\mathcal{D}$ környezetét az alábbiak szerint határozzuk meg

$$R^n \supset \mathcal{D} \{ \underset{\sim}{z} : \underset{\sim}{u} \leq \underset{\sim}{z} \leq \underset{\sim}{v} \} \quad \text{úgy, hogy}$$

$$\underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{v}) \geq 0 \geq \underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{u}) \; ; \quad \underset{\sim}{z},\ \underset{\sim}{v},\ \underset{\sim}{u} \in R^n; \qquad /4\text{-}22/$$

Feltesszük még, hogy H mellékátlós elemei nempozitivak vagy az $(\underset{\sim}{F}_x (\underset{\sim}{p} (\underset{\sim}{x})) + H\underset{\sim}{p}_x (\underset{\sim}{x}))$ mellékátlós elemei nempozitivok.

A $\mathcal{D}$ tartományban lévő minden $\underset{\sim}{x}_o$ kezdeti értékből kiindulva a megoldás, $\underset{\sim}{x}(t)$ az $\underset{\sim}{e}$-hez tart $t \to \infty$-ben az alábbi feltételek valamelyikének teljesitése mellett.

/i/ Ha $\mathcal{D}$-ben az $\underset{\sim}{F}_y(\underset{\sim}{y})$ pozitiv definit vagy az $(\underset{\sim}{F}_x (\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})) + H\underset{\sim}{p}_x (\underset{\sim}{x}))$ sajátértékei valós része pozitiv.

/ii/ Ha van olyan i index, amelyre minden $\mathcal{D}$-ben lévő $\underset{\sim}{y} \geq \underset{\sim}{x}$, $x \neq y$-ra teljesül az $\mathcal{F}_i(\underset{\sim}{y}) > \mathcal{F}_i(\underset{\sim}{x})$.

Bizonyitás

A bizonyitáshoz lemma-ként felhasználjuk a [SA78b] -ben publikált alábbi tételt.

Lemma: Adott $\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x})$ $\quad (*)$

$\tilde{f} \in C^0 : R^n \supset S \to R^n$; $S : \{\tilde{x} \in R^n : \tilde{\alpha} \leq \tilde{x} \leq \tilde{\beta}\}$, $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta} \in R^n$

$\forall_i : f_i(\tilde{x}) \geq f_i(\tilde{y})$ ha $\tilde{x}, \tilde{y} \in S$, $\tilde{x} \geq \tilde{y}$

azaz $\tilde{f}$ mellékátlósan izoton.
$\tilde{f}$ Lipschitz folytonos S-ben /ez túl erős megkötés, elegendő a 3 fejezetbeli feltétel az unicitáshoz!/
$\exists\ \tilde{v} \geq \tilde{u}$ S-ben oly módon, hogy

$$\tilde{f}(\tilde{u}) \geq \tilde{0} \geq \tilde{f}(\tilde{v}) \qquad /4\text{-}23/$$

A $\mathcal{D}$ tartományt az alábbiak szerint definiáljuk
$R^n \supset \mathcal{D}\ \{\tilde{x} \in S : \tilde{u} \leq \tilde{x} \leq v\}$
A fentiek az alapfeltételek.
Ekkor a $(*)$ megoldása, $\tilde{x}(t)$ S-ben t szerint differenciálható.

1 Feltétel: $\exists\ \tilde{h} \in \mathcal{D}$ oly módon, hogy van olyan i index, amelyre
$(v_i - h_i)\, f_i(\tilde{v}) < 0$, $\forall\ \tilde{v} \in \mathcal{D}$, $\tilde{v} \neq \tilde{h}$

2 Feltétel: $\forall \tilde{x}, \tilde{y} \in \mathcal{D}$, $\tilde{y} \geq \tilde{x}$, $\tilde{x} \neq \tilde{y}$ van olyan i index, amelyre
$f_i(\tilde{y}) < f_i(\tilde{x})$

3 Feltétel: $\tilde{f} \in C^1$ és az $\tilde{f}_x(\tilde{x})$ sajátértékeinek valós része negativ $\forall \tilde{x} \in \mathcal{D}$

A lemma állitása a következő:

Az alapfeltételek teljesülése mellett egy $\mathcal{D}$ -beli $\tilde{e}$ egyensúlyi ponthoz tart minden $\tilde{x}(t)$ megoldás $t \to \infty$ -ben

minden $\underset{\sim}{x}_o \in \mathcal{D}$ kezdeti feltételből akkor és csak akkor, ha az 1 Feltétel teljesül.
Továbbá; a 2 Feltétel teljesülése esetén az 1 Feltétel igaz és
a 3 Feltétel esetén a 2 Feltétel teljesül.

A lemma alapján, észrevéve az $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}) = \underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{x})$ összefüggést, bizonyitjuk a 8 Tételt.

Először az alapfeltételek teljesülését igazoljuk.
$\underset{\sim}{f}$ mellékátlósan izoton, mivel $\underset{\sim}{\mathcal{F}}$ mellékátlósan antiton. Ehhez azt kell megmutatni, hogy /4-21/ -ben
$\underset{\sim}{\mathcal{F}}' := \underset{\sim}{F}(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})) + H\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ $\underset{\sim}{x}$-ben mellékátlósan antiton $\mathcal{D}$ -ben. A feltételek szerint viszont vagy az $\underset{\sim}{\mathcal{F}}'_x$ Jacobi mátrix mellékátlóbeli elemei nempozitivak, minden $\underset{\sim}{x} \in \mathcal{D}$-re vagy a H mellékátlóbeli elemei negativak. Az első esetben az $\underset{\sim}{\mathcal{F}}'(\underset{\sim}{x})$ és igy $\underset{\sim}{\mathcal{F}}(\underset{\sim}{x})$ mellékátlósan antiton az utóbbi esetben pedig megmutatjuk, hogy az $\underset{\sim}{\mathcal{F}}'_x(\underset{\sim}{x})$ mellékátlóbeli elemei szintén nempozitivak.
Mivel

$$\underset{\sim}{\mathcal{F}}'_x = \left(\underset{\sim}{F}_y(\underset{\sim}{y}) \Big|_{\underset{\sim}{y}=\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})} + H \right) \underset{\sim}{p}_x(\underset{\sim}{x}) \qquad /4\text{-}24/$$

és H és $\underset{\sim}{F}_y$ mellékátlóbeli elemei is nempozitivak, $\underset{\sim}{F}_k$ és $\underset{\sim}{p}$ főátlósan szigorúan lokálisan passzivak, ezért a /4-24/ -beli szorzat első tagjának pozitiv főátlóbeli elemei /H esetén ezt az Ni szigorúan passziv volta biztositja/ és negativ mellékátlóbeli elemei vannak. Igy az $\underset{\sim}{\mathcal{F}}'$ $\underset{\sim}{y}$-ban mellékátlósan antiton.
Mivel $p(\underset{\sim}{x})$ diagonálisan szigorúan izoton, ezért az $\underset{\sim}{\mathcal{F}}'(\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x}))$ $\underset{\sim}{x}$-ben mellékátlósan antiton marad, tehát $\underset{\sim}{\mathcal{F}}$ is mellékátlósan antiton $\underset{\sim}{x}$-ben. $\underset{\sim}{\mathcal{F}}$ és $\underset{\sim}{f}$ L-folytonos, mivel $\underset{\sim}{F}_k \in C^1$ /a memóriamentes n-kapuk mellékátlósan lokálisan passzivak/ és $\underset{\sim}{p} \in C^1$.
A /4-22/ feltétel biztositja a /4-23/ teljesülését.
Az alapfeltételek tehát teljesülnek.

Ezután azt mutatjuk meg, hogy a Lemma 3 Feltétele, illetve 2 Feltétele teljesül, ha a 8 Tétel /i/, ill. /ii/ feltétele teljesül.

/i/ Ha $\underset{\sim}{F}_y(\underset{\sim}{y})$ pozitiv definit, akkor - mivel Ni szigorúan passziv és a kezdeti feltétel függetlenül megadható, azaz a feszültségkapuk nem alkotnak hurkot és az áramkapuk nem alkotnak vágatot és ezért H pozitiv definit - a /4-24/ -beli első tag pozitiv definit. Igaz viszont az az <u>állitás,</u> hogy ha A valós pozitiv definit és D valós szimmetrikus pozitiv definit, akkor AD sajátértékeinek valós része pozitiv. És mivel $\underset{\sim}{p}_x(\underset{\sim}{x})$ pozitiv definit valós szimmetrikus /diagonál/, ezért $\underset{\sim}{\mathcal{F}}'_x$ és igy $\underset{\sim}{\mathcal{F}}_x$ sajátértékeinek valós része pozitiv, azaz $\underset{\sim}{f}_x(\underset{\sim}{x})$ sajátértékeinek valós része negativ $\mathcal{D}$ -ben, tehát a 3 Feltétel teljesült.

Az <u>állitást</u> a [CA71] -beli Lemma 1 bizonyitásának módositásával igazoljuk. A és D valósak és pozitiv definitek, D szimmetrikus.
Legyen $\tau = \tau_1 + j\tau_2$ az AD egy sajátértéke és $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{x}_1 + j\underset{\sim}{x}_2$ a hozzá tartozó sajátvektor, tehát

$$AD\,\underset{\sim}{x} = \tau\,\underset{\sim}{x};$$

Bevezetve a $D\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{z}$ és $\underset{\sim}{x} = D^{-1}\underset{\sim}{z}$ jelölést kapjuk:

$$\underset{\sim}{z} = D\underset{\sim}{x}_1 + jD\underset{\sim}{x}_2 = \underset{\sim}{z}_1 + j\underset{\sim}{z}_2$$

$$A\underset{\sim}{z} = \tau D^{-1}\underset{\sim}{z}$$

Képezzük mindkét oldal skalár szorzatát:

$$\langle A\underset{\sim}{z}, \underset{\sim}{z}\rangle = \langle A(\underset{\sim}{z}_1 + j\underset{\sim}{z}_2), \underset{\sim}{z}_1 + j\underset{\sim}{z}_2\rangle =$$

$$= \langle A\underset{\sim}{z}_1, \underset{\sim}{z}_1\rangle + \langle A\underset{\sim}{z}_2, \underset{\sim}{z}_2\rangle + j(\langle A\underset{\sim}{z}_2, \underset{\sim}{z}_1\rangle - \langle A\underset{\sim}{z}_1, \underset{\sim}{z}_2\rangle)$$

$$\langle \tau D^{-1}\underset{\sim}{z}, \underset{\sim}{z}\rangle = \tau\langle D^{-1}\underset{\sim}{z}, \underset{\sim}{z}\rangle = \tau_1\langle D^{-1}\underset{\sim}{z}, \underset{\sim}{z}\rangle + j\tau_2\langle D\underset{\sim}{z}^{-1}, \underset{\sim}{z}\rangle$$

A valós részek azonosságából kapjuk, hogy

$$\tau_1 = \frac{\langle A\underset{\sim}{z}_1, \underset{\sim}{z}_1 \rangle + \langle A\underset{\sim}{z}_2, \underset{\sim}{z}_2 \rangle}{\langle D^{-1}\underset{\sim}{z}, \underset{\sim}{z} \rangle}$$

$\tau_1 > 0$, mivel A pozitiv definit és $\underset{\sim}{z}_1$, $\underset{\sim}{z}_2$ valósak, valamint D^{-1} szimmetrikus és pozitiv definit, tehát a számláló és a nevező is pozitiv valósak.
Az /i/ feltétel második állitása közvetlenül tartalmazza a 3 Feltételt.

/ii/ Mivel $B\underset{\sim}{u}$ = állandó és $\underset{\sim}{f} = -\underset{\sim}{\mathcal{F}}$, ezért a 2 Feltétel teljesül. q.e.d.

Megjegyzések:

/i/ A tétel nemreciprok memóriamentes n-kapu modellek esetére ad a komplett stabilitásra elégséges feltételeket.

/ii/ Általában nem igaz még az sem, hogy ha egy tartományban egy rendszer lokálisan stabil /Ljapunov értelemben/, azaz a linearizált rendszer sajátértékei negativ valós részüek, akkor a rendszer kompletten stabil e tartományban. Amint látjuk a 8 Tétel alapfeltételeinek teljesülésekor ez igaz.

/iii/ A 8 Tétel /ii/ feltétele megengedi a memóriamentes n-kapuk bizonyos mértékü lokális aktivitását. /Egyszerüen kiszámolható pl. Ebers-Moll tranzisztor modelleknél az a $\mathcal{D}$ tartomány, amelyre a /ii/ feltétel teljesül, ha pl. minden tranzisztor nyitva van, bár ez a tartomány nem nagy./
A továbblépés egyik iránya lehet a /ii/ feltétel enyhitése.

/iv/ A /4-22/ -beli feltétel viszonylag egyszerüen ellenőrizhető, illetve $\underset{\sim}{u}$, $\underset{\sim}{v}$ megtalálható. Ez a feltétel jól mutatja, milyen fontos az új n-kapu osztályunknál a főátlóbeli szigorú izotonicitás.

/v/ A tétellel tehát egy egyensúlyi pontnak meghatározható egy olyan - minimális - környezete, amelyből mindig visszatér az egyensúlyi pontba.

Látható, hogy az új n-kapu osztály bevezetése, mely a reciprok lokálisan passziv és a nemreciprok /globálisan/ passziv n-kapu osztályok között helyezkedik el lehetővé tette néhány új kvalitativ eredmény elérését. Az alapelv az volt, hogy kerestük a kvantitativ vizsgálatoknál a kvalitativ tulajdonságoknak azt a minimális halmazát, amelybe az eszközkarakterisztikák még éppen beleférnek. A továbblépés egyik útja lehet, hogy még szükitjük e halmazt, például azzal, hogy a diagonális izotonicitás és a mellékátlós antitonicitás arányának határait bekorlátozzuk.

A kvalitativ és kvantitativ vizsgálatok összekapcsolásának egy további igéretes területének látszik tipuskapcsolások abszolut specifikációinak /pl. elérhető minimális teljesitmény x futási idő szorzat/ meghatározása adott technológiai és modellparaméterek mellett. Ebben az irányban jó alapot jelentenek az LSI integrált áramköri modellezés és a modellezés korlátai terén végzett vizsgálatok [BK80].

5 ALKALMAZÁSOK

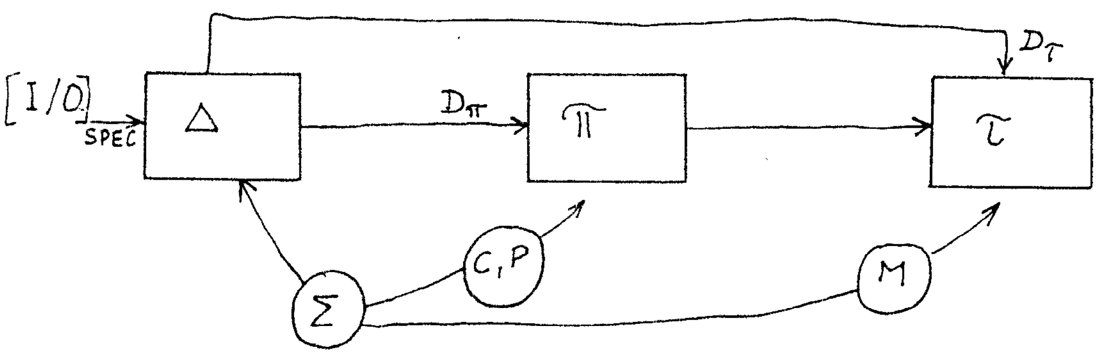
5 ALKALMAZÁSOK

A 3 és 4 fejezetekben az eredményekhez füzött megjegyzésekben többször, részletesen kitértünk már az alkalmazásokra, elsősorban az épitőelemeken és az összekapcsolási módon algoritmikusan ellenőrizhető feltételek kapcsán. Ebben a fejezetben viszont két olyan kérdéskörrel foglalkozunk, amelynek eredményeiben a gyakorlati alkalmazás a kérdés-feltevés egyetlen motiváló kritériuma /5.1 és 5.2 szakasz/. Végül megadunk néhány problémakört, ahol az eredményeink alkalmazásának további lehetőségét látjuk.

5.1. Elektronikai TGE rendszerek

Az elektronikai tervező-gyártó-ellenőrző /TGE/ rendszerek [CS75] ma az elektronikai gyakorlat döntő fontosságu részét jelentik, a TGE folyamat kapcsolja össze az elektronikai gyártmány és gyártás fejlesztést. A TGE modell [CS75] - mely többek között a TGE folyamatot tudományos, elméleti igénnyel ragadja meg, világossá teszi az algoritmizálható /automatizálható/ és interaktiv /intuitiv/ fázisok helyét és lehetővé teszi integrált TGE rendszerek szisztemetikus tervezését, valamint ezen belül a tervező és ellenőrző rendszerek részletes, lehetőleg gyártóautomata invariáns tervezését és fejlesztését - volt az alapja annak a munkának [CS77], melynek eredménye az V. ötéves terv végére az AUTER tipusu tervezést és ellenőrzést segitő gépi tervezési rendszerek [AU76, AU80, AU79a] ipari telepitése volt mintegy tiz vállalatnál és intézménynél. /AUTER: a CF-22 jelü "Számitógépes áramkör tervező és ellenőrző rendszerek" cimü SzKCP Célfeladat keretében az V.ötéves tervben kidolgozott AUtomatizált TERvező és ellenőrző rendszer/. E rendszer algoritmikusan általában megfelel a legfejlettebb laboratóriumok általunk ismert hasonló rendszereiben alkalmazott algoritmusok szintjének, másrészt a szocialista országok AMT /automatizált müszaki tervezés/ területén folyó elektronikai együttmüködésnek is alapvető tényezőjévé vált, a rendszer alkalmazói programcsomagjainak jó része az AMT-ben /ujabban a SzEAT, számitástechnikai eszközök alkalmazási tanácsa/ nemzetközi és/vagy hazai sikeres approbáción ment át [RO80a].

A TGE modellt röviden [CS75] alapján az 5-1. és 5-2. ábrákon foglaltuk össze.

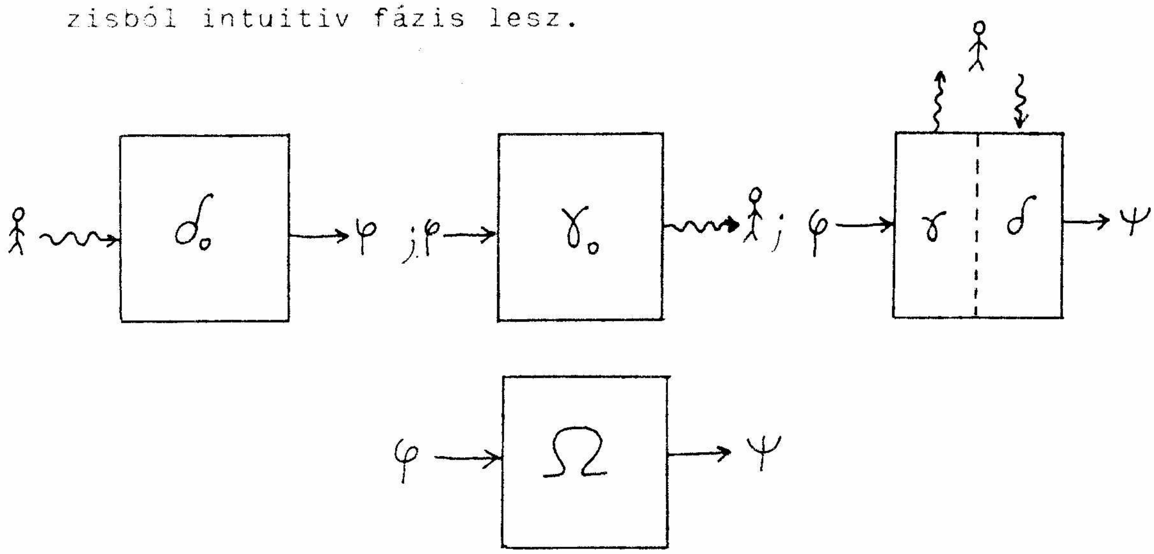


5-1.ábra

Az 5-1. ábrán látható a TGE modell alapstrukturája. A létrehozandó N objektum /áramkör, részegység, stb./ előállitásához az $[I/O]_{-SPEC}$ előirásokból és a Δ tervezés, π gyártás /szerelés/, τ ellenőrzés /mérés/ fázisaihoz kapcsolódó Σ adattárból indulunk ki. Az adattár tartalmazza a felhasználható alkatrészek /C/ és gyártó-szerelő berendezések /P/, valamint a mérőberendezések /M/ szükséges adatait, szabványait.

A tervezés során előállitjuk a D_π és D_τ gyártási /szerelési/ és mérési dokumentációkat, majd a szerelt áramkört, részegységet /N/ bemérjük és ellenőrizzük az [I/O] jellemzőket.

A tervezés intuitiv és algoritmizálható fázisokból áll. A tervezés során minden egyes lépésnél információ (φ, Ψ) generálás (δ_o) vagy érzékelés ill. megjelenités γ_o vagy interaktiv beavatkozás $(\delta\gamma)$ jellemzi az intuitiv fázisokat, illetve információ transzformáció (Ω) az algoritmizálható fázist, amint azt az 5-2.ábrán szimbólikusan jeleztük. A tervezőnek ( ) a szerepe a fejlődéssel változik. Intuitiv fázisokból algoritmizálhatóak válhatnak, vagy uj korlátok és lehetőségek miatt algorimizálható fázisból intuitiv fázis lesz.

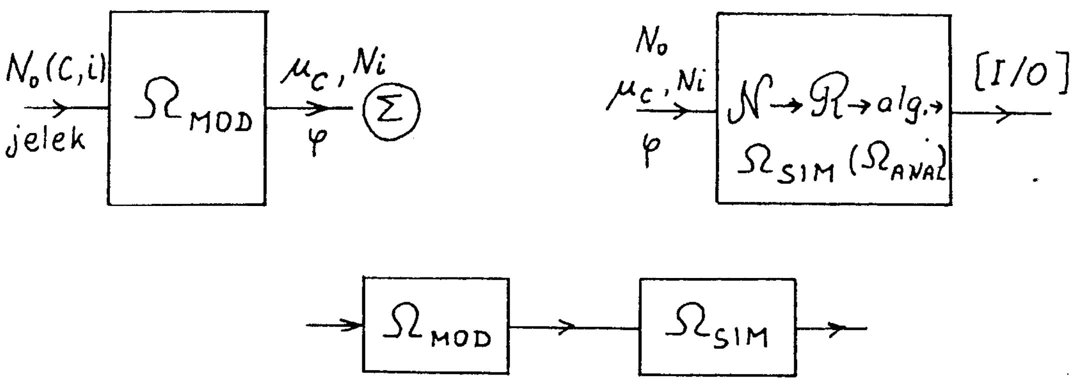


5-2.ábra

A Δ tervezés az 5-2. ábrabeli fázisok sorozata. A következőkben a modellezés, anlizis-szimuláció, konstrukció, teszt tervezés és dokumentáció generálás fázisai közül az értekezéshez legközelebb álló kérdéskörrel az elektromos modellezéssel és analizissel foglalkozunk részletesebben, beleértve az AUTER rendszer modellező és szimulációs programcsomagjait is /a layout tervezést illetően [AB 80] -ra utalunk/.

5.1.1 A modellezés és analizis helye és kapcsolata a kvalitativ elmélet tükrében - a megbizható analizis-programok jellemzői és feltételei a TGE modellben

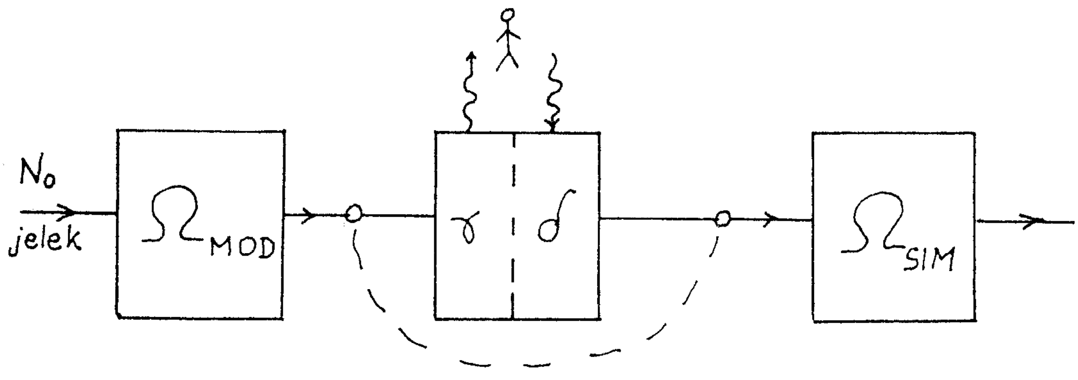
A bevezetésben vázoltuk a modellezés és szimuláció - analizis helyét [CS75] szerint. Két algoritmizálható fázisról van szó, melyet az 1-1.ábrán is vázolt jelölésekkel az 5-3.ábrán mutatunk be.



5-3.ábra

Az épitőelemek /C/, az összekapcsolás /i/ és a jelek modelljei /$_{/}u_c$,Ni, φ / lehetővé teszik a Σ adattár segitségével, hogy a szimuláció számára az áramkörleirás /N_0/ hálózati modellje, $\mathcal{N}$ előálljon. A hálózati modellt különféle módokon reprezentálhatjuk. E reprezentációk ($\mathcal{R}$) a kanonikus egyenletek valamelyike, néhány fontosabb osztályt a Bevezetésben összefoglaltunk. De még egy kanonikus egyenletrendszer osztályon belül is választhatunk alternativ reprezentációt, pl. véges dimenziós, nemlineáris épitőelem modellek, lineáris passziv rezisztiv összekapcsolási modell és folytonos jelmodellek esetén is választhatunk pl. az elsőrendü differenciálegyenletrendszer vagy az integrálegyenlet reprezentáció között. Sőt, amennyiben az analizis algoritmus($\mathcal{R} \to$ I/O) célja az időtartománybeli válasz pontonkénti meghatározása, ugy lehet az épitőelemkénti diszkretizált algebrai leirás időlépésenként.

A modellezés és analizis - a tervezés fontos elemei - mint két önálló algoritmizálható fázis jól reprezentálja a TGE rendszerbeli tervezésben a viszonyokat mindaddig, amig biztosak vagyunk abban, hogy heurisztikusan eldönthető, hogy a modellezés eredményeként olyan modelleket kapunk, melyekből az analizis az adott reprezentációval és algoritmusokkal kvalitative helyes eredményt szolgáltat. Valójában tehát az 5-3. ábrabeli folyamat az 5-4. ábrával jellemezhető, ahol a $(\delta\gamma)_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ interaktiv fázis a tervező heurisztikus döntését reprezentálja. E fázis egyszerübb esetben el is maradhat, illetve tervezői tapasztalat automatikusan kiiktathatja.



5-4.ábra

A $(\delta\gamma)_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ interaktiv fázis mindaddig helyettesithető heurisztikus módszerekkel, amig

- az épitőelemek modelljei egyszerüek,
- az összekapcsolások egyszerüek és a belső pontok jól mérhetők, valamint
- a vizsgált hálózat vagy rendszer mérete kicsi.

A számitógépek alkalmazása a tervezésben /CAD = computer aided design/, a számithatóság uj dimenziói, az LSI technológia és más hatások eredményeként azonban ma

/i/ az épitőelemek modelljeinek gazdag választéka a jellemző,

/ii/ az összekapcsolások, kapcsolatok bonyolult rendszere modellezendő és sokszor az objektum /pl. LSI áramkör/ belső pontjai helyesen nem mérhetők /még akkor sem, ha hozzáférhető, mert a hozzáférés megváltoztatja a viszonyokat/ és

/iii/ nagyméretü hálózatok és rendszerek vizsgálandók.

Szükség van tehát egy <u>uj algoritmizálható fázisra</u> az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ operátorra, melyet az alábbiak szerint definiálunk.

$$\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}} : \begin{bmatrix} \mathcal{N}(N_0, \mu_c, N_i, \varphi) \\ (\mathcal{R}^1) \\ \text{megkövetelt kvalitativ} \\ \text{tulajdonságok} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} K \\ \\ (\mathcal{R}^2) \end{bmatrix}$$

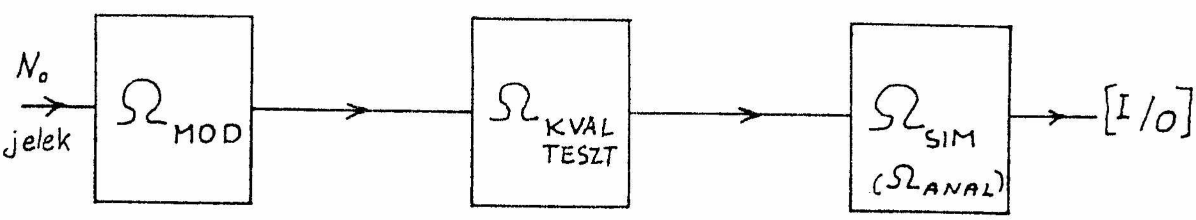
Ahol $\mathcal{R}$ jelenti a választott $(\mathcal{R}^1)$ vagy választandó $(\mathcal{R}^2)$ reprezentációt,

$K = \{0, 1\}$, K = 1: az eredmény - [I/O] - kvalitative helyes lesz,

K = 0: a modellosztályon belül vannak olyan μ_c^* és φ^* elemek, amelyre az eredmény kvalitativ helytelen lesz.

A megkövetelt kvalitativ tulajdonságokra példa a 4.2 szakaszbeli feltételek, a korrekt kitüzésü analizis feladatok osztálya.

Az 5-4. ábra helyett tehát a viszonyokat az 5-5.ábra jellemzi.



5-5.ábra

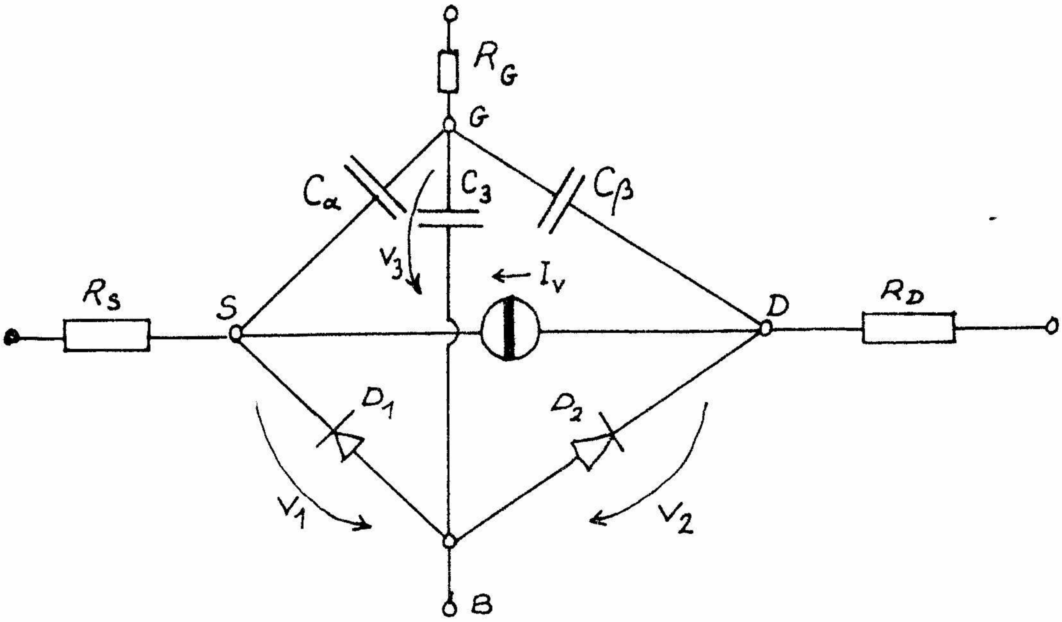
Ahhoz tehát, hogy az /i/, /ii/, /iii/ feltételekkel vagy egyikükkel jellemezett hálózatot vagy rendszert analizis /szimulációs/ programokkal vizsgáljuk, szükség van az $\underline{\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}}$ algoritmizálható fázisra.
Az ezzel a fázissal is kiegészitett analizis programokat nevezzük megbizható analizis programoknak a TGE rendszerben. Az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ algoritmizálható fázis beépitésének alapvetően két módja lehet. Az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ algoritmusát beépitjük a programba vagy csak olyan modelleket - összekapcsolást és jeleket - engedünk meg a programban /esetleg pl. jelezzük, hogy milyen összekapcsolást engedünk meg a kvalitative helyes müködéshez az adatmegadáskor/, amelyek az adott $\mathcal{R}$ reprezentáció esetén kvalitative helyes eredményeket eredményeznek. Meggyőződésünk, hogy a közeljövőben a fentiek szerint definiált megbizható analizis programok sora fogja megoldani azokat a problémákat, melyeket egy-egy felmérésben már jeleznek /pl. [ZB77] /.

A 4.2 szakaszbeli eredmények alkalmazásának egyik területe éppen ennek a problémának a megoldása /néhány kérdésre a következő szakaszban térünk ki/.

5.1.2 Az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ algoritmizálható fázis algoritmusai az AUTER rendszer analizis programjaihoz

Az AUTER rendszer analizis programjai közül elsősorban a félvezető eszközöket tartalmazó hálózatok analizisére alkalmas ANAL-18 és ANAL-20 programokat emeljük ki [AU79b,AU79c].

Az ANAL-20 MOS LSI áramkörök, az ANAL-18 - többek között - MOS és bipoláris elemekből, valamint RLC elemekből felépitett áramkörök nemlineáris analizisére alkalmas. A bipoláris tranzisztor és dióda modelleket a 2-4c. ábrán mutattuk be, a MOS tranzisztor modellt az 5-6.ábrán vázoljuk olyan mélységig, amennyire a továbbiakhoz szükséges /részletesen l.[AU79b, AU79c]-ben/.



R_S, R_D és R_G soros, pozitiv ellenállások,

D_1 és D_2 exponenciális áram-feszültség karakterisztikáju diódák parallel feszültségfüggő kapacitásokkal /C_1 és C_2/

C_3 a gate-bolk kapacitás /általában lineáris, de lehet feszültségfüggő is/

C_α és C_β feszültségfüggő kapacitások.

C_1, C_2, C_3, C_α és C_β képleteit [AU79b] és [AU79c] tartalmazza, a továbbiakban csak azt a tényt használjuk ki, hogy ezek $x_i = h_i(y_i)$ töltés-feszültség karakterisztikái, diagonális, szigoruan lokálisan passziv C^1 diffeomorfizmusok /deriváltjuk: az inkrementális kapacitás függvény folytonos és pozitiv/.

I_v^* : három tartományban adott

- árammentes tartomány, ha $v_3 - v_1 = v_{GS} < v_T$ /nyitó feszültség/, ekkor $I_v \sim 0$, ezt a tartományt általában a vizsgálatainkból kizárjuk, /ill.külön kezeljük/
- telités előtt tartomány /rezisztiv/ ha $v_{GS} > v_T$ és $v_{DS} < v_{GS} - v_T$; egy jellemző karakterisztika: $I_v = \beta/2\,(2(v_{GS} - v_T) - v_{DS})v_{DS}$; β = áll., $v_{DS} = v_2 - v_1$
- telitési tartomány, ha $v_{DS} > v_{GS} - v_T$; $I_v = I_{vsat}(v_1, v_3) \simeq k\,(v_{GS} - v_T)^2$.

5-6.ábra

5-6.ábra aláírása

MOS tranzisztor modell /lásd pl. [AU 4, és AU 5]-ben/, n-csatornás változat. *-gal jelölt karakterisztikában az [AU79b] ill. [AU79c] 5-ös modell szerepel $\Theta = \delta = 0$, $v_C \gg 1$ értékkel, ami az 1-es modellt adja vissza. Θ, δ, v_C egyéb értékei kvalitativ módosulást nem adnak, csak kvalitativ korrekciókat, hasonló a $v_T = v_T(v_{SB})$ hatás.

Az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ -et most ugy definiáljuk, hogy

- $N_0(C,i)$: - diódák, tranzisztorok, R,LC elemek és független generátorok /maximális halmaz/
  - az összekapcsolás megengedett halmaza az eszköz kivezetések összekötése,

- μ_C: az ANAL-18 és ANAL-20-ban lévő az előbbiekben definiált félvezető eszköz modellek,

- N_i: Az összekapcsoló hálózat modelljének /4-2.ábra/ elemei passziv lineáris ellenállások,

- φ: a jelek modelljeit időben folytonosnak tételezzük fel és ,

- a megkövetelt kvalitativ tulajdonság a 4 fejezetbeli korrekt kitüzésü feladatok osztálya.

A vizsgált reprezentáció: differenciál egyenlet rendszer - a /4-6/ és /4-8/-beli differenciál egyenlet rendszerek /az érdemi vizsgálaton nem változtat, hogy az ANAL-20-ban a /4-6/, illetve az elemenként diszkretizált forma implicit egyenlet, mivel a $\tilde{g}$, $\tilde{p}$ és $\tilde{h}$ leképezéseknek csak az analitikus tulajdonságaira lesz szükség/.

Bár az ANAL-18 programban vezérelt generátorok is megengedettek, ezeket most csak ugy engedjük meg, mint az eszköz modellek részeit. Ez a megszoritás az elektronikai gyakorlat nagy részében általában nem jelent korlátot, viszont lehetővé teszi sokkal erősebb feltételek meghatározását. E kérdéskörben fő állitásunk az alábbi.

Állitás

A fentiek alapján az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ algoritmizálható fázis mint a korrekt kitüzésü analizis feladat elégséges feltételeinek összesége a következő

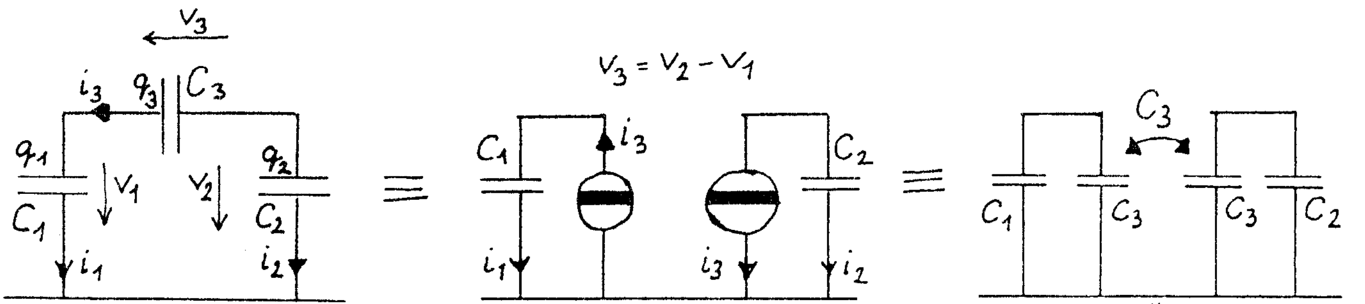
(α) a modellek /2-4c. és 5-6. ábra/ memóriamentes karakterisztikái lényegében passzivak,

(β) a félvezető modellek beépitett soros ellenállásai pozitivak /nem nullák/, a hálózat egyéb ellenállásai pozitivak,

(γ) a kapacitás /induktivitás/ függvények, azaz $\underset{\sim}{p}$ és inverzük, folytonosan differenciálhatók, szigoruan lokálisan passziv diffeomorfok,

(δ) ha van induktivitás a hálózatban, ugy az induktivitás kapacitással és/vagy eszköz-kapuval és áramgenerátorral nem képez vágatot, továbbá kapacitással és feszültséggenerátorral nem képez hurkot, ezenkivül feszültséggenerátor - eszközkapu vagy kapacitás vágat sincs.

Ahhoz, hogy a 6 Tétel alkalmazásával a bizonyitást elvégezzük, szükség van az 5-6. ábrabeli MOS modellnek a 6 Tételben feltételezett strukturáju átalakitására. Ezt az átalakitást - amely egyben mintája is annak, hogyan lehet eszközmodelleket az egyszerüen felirható állapot-egyenlet céljaira átalakitani - az u.n. árameltolás tétel segitségével végezzük /ehhez hasonló a feszültség-eltolás tétel/[CH 69]. Az árameltolás tételre egyszerü példát mutatunk be az 5-7.ábrán.



C_3 értékű kapacitív csatolás

Kapacitás matrix:

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}$$

$$\left(\underset{\sim}{q} = q(\underset{\sim}{v}) = C\underset{\sim}{v}\right)$$

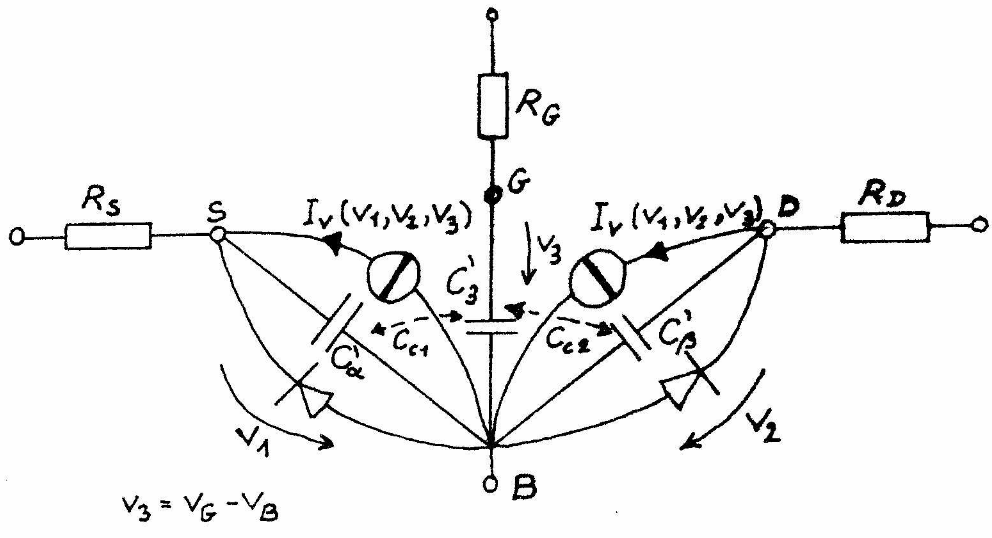
$$i_3 = C_3 \frac{dv_3}{dt} = C_3 \frac{dv_2}{dt} - C_3 \frac{dv_1}{dt}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 + C_3 & -C_3 \\ -C_3 & C_2 + C_3 \end{bmatrix}$$

5-7.ábra

Példa árameltolás tétel alkalmazására

Az árameltolás tétel alkalmazásával $-C_\alpha$-t a $v_1-v_3-C_\alpha$ hurokban, C_β -t a $v_2-v_3-C_\beta$ hurokban és I_v-t a $v_1-v_2-I_v$ hurokban eltolva /a kapacitásoknál a kapacitás áramát toljuk el/ - kapjuk az 5-6.ábrabeli modellből az 5-8. ábrán látható modellt.



5-8.ábra

Az eltolási tétel egy fontos tulajdonsága [CH 80a, Theorem:1], hogy az eredeti elem több fontos tulajdonsága, igy pl. konkrétan a szigoru lokális passzivitás, reciprocitás, megőrződik a transzformált elemben /n-kapu -ban/. Nemlineáris kapacitiv hurokbeli transzformáció és tulajdonságai - pl. az 5-8. ábrabeli C_α', C_β' C_3', C_{c1} és C_{c2} kiszámitása - részletesen megtalálhatók [CG 76a] -ban, itt most csak a most említett tulajdonságot használjuk ki a bizonyitáshoz. Az I_v értéke eredetileg is a v_1, v_2 és v_3 függvénye, igy a csatolást külön nem jelezzük.

Bizonyitás

Az Állitás-beli hálózatból a 4-3.ábra szerint kiemeljük az eszközöket /az előbbiekben emlitett tranzisztor és dióda modelleket/, valamint a kapacitásokat és induktivitásokat. Amennyiben L-J tipusu vágat vagy C-E tipusu hurok van, ugy ezeket a feszültségeltolás vagy árameltolás tétellel megszüntetjük. Az igy kapott hálózatot a 4-2. szakaszbeli "Általános feltételeknek" megfelelően particionálva az alábbi megállapitásokat tehetjük:

- az eszközök modelljeiben /2-4c. és 5-8.ábra/ csak feszültségkapukat találunk,

- minden memóriamentes elem $\underset{\sim}{\phi}$ -ben van, $\underset{\sim}{\phi}^*$ valamint $\underset{\sim}{\eta}$, $\underset{\sim}{\xi}$ mérete zérus,

- kapacitiv hurkot /C-E hurok/ és induktiv vágatot /L-J vágat/ az eltolás tételekkel megszüntetünk.

Ezekután megmutatjuk, hogy az Állitás igaz, azaz az Állitás feltételeiből következik - a 6 Tétel szerint - a korrekt kitüzés. Sorra vesszük a 6 Tétel feltételeit, közben zérójelben azt is megmutatjuk, hogy a 2-4c. és 5-6. ábra szerinti eszközmodellek teljesitik a feltételeket:

/i/ az M hálózatrész üres, $\underset{\sim}{\phi}$ lényegében passziv az (α) feltétel miatt /az eszközök egyenáramu passzivitása fizikai tény - különösen lényegében passzivitása - a modellek ilyen tulajdonsága a 2-40c.ábrából egyszerüen ellenőrizhető, az 5-6. ábrabeli modell passzivitása pedig az átalakitásnál nem vész el [CH 80a, Tehorem 1] /.

/ii/ az eszközök soros ellenállásai miatt a (δ) feltétel biztositja a topológiai hipotézis teljesülését,

/iii/ az Ni összekapcsoló hálózat ellenállásai pozitivak, mivel a hálózat ellenállásai és a soros modellellenállások alkotják az Ni sokkaput /a modellek soros ellenállásai pozitivak/

/iv/ a (γ) feltétel biztositja $\underset{\sim}{p}$ és $\underset{\sim}{h}$ szigoruan lokálisan passziv diffeomorf voltát /az eszközökben alkalmazott kapacitások differenciális kapacitásainak folytonosan pozitiv volta - a feszültség függvényében - biztositja a $\underset{\sim}{h}(\underset{\sim}{y})$ ill. $\underset{\sim}{p}(\underset{\sim}{x})$ szigoruan lokálisan passziv tulajdonságát/, irreguláris pont nincs /a modellekben a $T_k \underset{\sim}{E}_k$-nak, ill. az I_v-nek nincs irreguláris pontja, folytonosan differenciálhatók a modellekben alkalmazott paraméter-értékekkel/. q.e.d.

Megjegyzések

/i/ Eredményünk a gyakorlatban alkalmazott eszközmodellek egy széles osztályára megadja az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ algoritmizálható fázis feltételeit, konkrétan az AUTER-rendszer ANAL-18 és ANAL-20 programjaihoz is, melyeknek többek között az LSI áramkörök tervezésében is jelentős szerepe van [BK 80].

/ii/ Amennyiben az eszközmodelleken kivül is megengedünk vezérelt generátorokat, ugy a 6 Tétel-beli bizonyitást kell lépésenként végigvinni az $\Omega_{\substack{KVAL\\TESZT}}$ algoritmizálható fázis eldöntéséhez. Hasonlóképpen vizsgálhatók az AUTER rendszer egyéb analizis programjai is.

5.2 Nagyméretü hálózatok és rendszerek kvalitativ tulajdonságai, egyéb alkalmazások

E szakaszban olyan konkrét és potenciális alkalmazási területekkel foglalkozunk, melyek részben tulmutatnak az elektronikai gyakorlaton. Először a nagyméretü hálózatok és rendszerek kvalitativ problémáival foglalkozunk, elsősorban az egyértelmü megoldhatóságot tartva szem előtt, kitérve az elektronikai gyakorlatban felmerülő LSI áramkörökre és ezeknél vázoljuk a kvalitativ elmélet néhány uj, fontosnak tünő kérdésfeltevését. Az egyéb alkalmazásoknál az elektrotechnikai problémákat érintve gazdasági, közösség-viselkedési folyamatok vizsgálatára térünk ki röviden .

5.2.1 Az egyértelmü megoldhatóság ellenőrzése nagyméretü rendszerekben - LSI áramkörök speciális tulajdonságai

A kvalitativ elmélet szempontjából nagyméretünek mondjuk a hálózatot vagy rendszert, ha a rendszerben legalább egy hierarchikus strukturáltság van. Az alrendszerek összekapcsolásából áll a teljes rendszer - ezen alrendszerek bonyolultabbak és/vagy önmagukban erősebben összefüggők mint az alrendszereket összekapcsoló rendszer /hálózat/. A kvalitativ elmélet szempontjából tehát nem az épitőelemek számának nagysága teszi nagyméretüvé a rendszert /ez a tulajdonság általában következmény/, hanem a rendszer strukturáltsága. A nagyméretü hálózatok vagy rendszerek kvalitativ elméletének tipikus kérdése: amennyiben az alrendszerek egy X kvalitativ tulajdonsággal rendelkeznek, milyen feltételek mellett rendelkezik az összekapcsolt teljes rendszer is ezen X kvalitativ tulajdonsággal. Az irodalomban széles körben tárgyalt tipikus probléma a nagyméretü /large scale/ rendszerek stabilitása [CC 76] , ahol az alapvető kérdés, hogy stabilak-e stabil alrendszerekből felépitett rendszerek.

A nagyméretü hálózatok és rendszerek modellezésének alapkérdése, hogy hogyan definiáljuk az alrendszereket, milyen szempont szerint kerüljön egy elem alrendszerbe, vagy az összekapcsoló részbe. Szabályozó rendszereknél egy kézenfekvő lehetőség, hogy azok az elemek /maximálisan sokan/ kerülnek egy alrendszerbe, melyek között mindkét irányu kapcsolat fennáll. LSI áramköröknél célszerü azt az utat választani, amelynél az egymást nem terhelő és egymással relative kevés egyszerü memóriamentes elemmel összekötött részeket tekintjük alrendszereknek, részhálózatoknak. Ilyenkor az egyik lehetőség, hogy a tranzisztorokat /bonyolult modelljeikkel/ tekintjük részhálózatoknak /nagyméretü hálózatok kvantitativ analizisében ez is egy hatékony algoritmusra vezet [RA 78]/. A részhálózatok különböző szempontok szerinti, szétválasztásának algoritmusaira hatékony eljárást találunk [RA 80] -ban.

Amennyiben tehát alrendszereknek, részhálózatoknak dinamikus, egymással kevéssé összekötött részeket választunk és az összekapcsoló hálózat lineáris, memóriamentes, ugy a hálózat /rendszer/ leirás a következő [IK 73] .

Az S rendszer i-edik alrendszere S_i $i=1,2...,N$, állapotegyenlete

$$S_i: \quad \dot{\underset{\sim}{x}}_i = \underset{\sim}{f}_i(\underset{\sim}{x}_i, \underset{\sim}{u}_i, t) \qquad /5\text{-}1/$$

$$\underset{\sim}{y}_i = \underset{\sim}{g}_i(\underset{\sim}{x}_i, \underset{\sim}{u}_i, t) \qquad /5\text{-}2/$$

$\underset{\sim}{x}_i \in R^{n_i}$, $\underset{\sim}{y}_i \in R^{m_i}$, $\underset{\sim}{u}_i \in R^{r_i}$, $\underset{\sim}{f}_i(\underset{\sim}{u}_i) \in C^1$, $\underset{\sim}{f}_u(\underset{\sim}{x}_i, t) \in C^0$: $R^{n_i} \times R^{r_i} \times R \to R^{n_i}$,

$\underset{\sim}{g}_i(\underset{\sim}{u}_i, t) \in C^0$, $\underset{\sim}{g}_i(\underset{\sim}{x}_i) \in C^1 : R^{n_i} \times R^{r_i} \times R \to R^{m_i}$, $n = n_1 + .. n_i + .. n_N$, $r = r_1 + ... r_i ... + r_N$, $m = m_1 + ... m_i + ... m_N$.

Az alrendszer egyenleteket célszerüen az alábbi formába irhatjuk

$$\dot{\underset{\sim}{X}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{X}, \underset{\sim}{U}, t) \qquad /5\text{-}3/$$

$$\underset{\sim}{Y} = \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{X}, \underset{\sim}{U}, t) \qquad /5\text{-}4/$$

ahol
$$\underset{\sim}{X} \triangleq \begin{bmatrix} \underset{\sim}{x}_1 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{x}_i \\ \vdots \\ \underset{\sim}{x}_N \end{bmatrix}; \quad \underset{\sim}{U} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{u}_1 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{u}_i \\ \vdots \\ \underset{\sim}{u}_N \end{bmatrix}; \quad \underset{\sim}{Y} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{y}_1 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{y}_i \\ \vdots \\ \underset{\sim}{y}_N \end{bmatrix} \qquad /5\text{-}5/$$

$\underset{\sim}{X} \in R^n$, $\underset{\sim}{U} \in R^r$, $\underset{\sim}{Y} \in R^m$.

Az összekapcsoló hálózat modellje:

$$\underset{\sim}{U} = F\underset{\sim}{Y} + G\underset{\sim}{V} \qquad /5\text{-}6/$$

$$\underset{\sim}{W} = J\underset{\sim}{Y} + K\underset{\sim}{V} \qquad /5\text{-}7/$$

ahol $\underset{\sim}{W}$ a teljes rendszer kimeneteinek $\hat{m}$ méretü vektora, és $\underset{\sim}{V}$ a teljes rendszer bemeneteinek $\hat{r}$ méretü vektora. Az összekapcsolás tehát memóriamentes lineáris kombinációt jelent.

Nagyméretü hálózatok egyértelmü időtartománybeli megoldhatóságának természetes kérdésfeltevése: amennyiben az alrendszerek /részhálózatok/ egyértelmü időtartománybeli válasszal rendelkeznek, folytonos gerjesztésre, milyen feltételek mellett rendelkezik e tulajdonsággal a teljes S rendszer. A válasz [IK 73]-ban arra az esetre vonatkozik, ha az S_i alrendszerek álalpotegyenlete folytonosan differenciálható vagy Lipschitz /L/-folytonos. Láttuk azonban a 3 fejezetben, hogy egyik feltétel sem szükséges az időtartománybeli egyértelmüséghez, illetve a 2 Lemma szerint elegendő az állapotegyenlet egyértéküsége, folytonossága és az a tény, hogy a Jacobi matrixa nem korlátos elemei a fődiagonálisban legyenek és az irreguláris pontokban ezek az elemek monoton csökkenőek legyenek. Az output egyenletről $\left(\underset{\sim}{g}_i\right)$ csak a folytonosságot és egyértéküséget tételeztük fel. Az állapotegyenletek $\left(\underset{\sim}{f}_i \text{ és } \underset{\sim}{g}_i\right)$ ezen tulajdonságát nevezzük T tulajdonságnak. Kérdés: az alrendszerek T tulajdonságából milyen feltételek mellett következik a teljes S rendszer egyértelmü időtartománybeli megoldhatósága. A választ a 9 Tételben foglaljuk össze.

<u>9 Tétel</u>

Az /5-1/ - /5-7/ egyenletekkel leirt S rendszer egyértelmü időtartománybeli $\underset{\sim}{W}(t)$ megoldással rendelkezik minden folytonos $\underset{\sim}{V}(t)$ gerjesztésre, ha az S_i alrendszerek T tulajdonságuak és

$$\det\left(1 - F\,\frac{\partial \underset{\approx}{g}}{\partial \underset{\sim}{u}}\right) \neq 0 \qquad /5\text{-}8/$$

Bizonyitás

Az /5-4/ és /5-6/ egyenletekből kapjuk, hogy

$$\underset{\sim}{k} = \underset{\sim}{U} - F\,\underset{\sim}{g}\left(\underset{\sim}{X}, \underset{\sim}{U}, t\right) - G\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{0} \qquad /5\text{-}9/$$

Az /5-9/ egyenletből az

$$\underset{\sim}{U} = \underset{\sim}{a}\left(\underset{\sim}{X}, \underset{\sim}{V}, t\right) \qquad /5\text{-}10/$$

egyértéküen kifejezhető a globális implicit függvény tétel szerint és $\underset{\sim}{a}(\underset{\sim}{X}) \in C^1$ /1. 2.5.3 Tétel Megjegyzése/ ha $\det\left(\partial \underset{\sim}{k} / \partial \underset{\sim}{U}\right) \neq 0$ /a függvények tipusára vonatkozó egyéb feltételek teljesülnek/. De ekkor /5-3/ Jacobi mátrixa

$$J = \frac{\partial \underset{\sim}{f}}{\partial \underset{\sim}{X}} + \frac{\partial \underset{\sim}{f}}{\partial \underset{\sim}{U}}\,\frac{\partial \underset{\sim}{a}}{\partial \underset{\sim}{X}} \qquad /5\text{-}11/$$

Az /5-11/-ben viszont az első tag az S_i alrendszerek T tulajdonsága miatt T tulajdonságú, a második tag viszont folytonos, tehát a J is T tulajdonságu, igy a 2 Lemmából az állitás következik.
q.e.d.

Megjegyzések

/i/ Az összekapcsolásról szinte semmit sem tételezünk fel. Mivel F nagyméretü hálózatnál /rendszernél/ igen ritkás és $\partial \underset{\approx}{g} / \partial \underset{\sim}{U}$ blokkdiagonális, ezért /5-8/ általában kevés számitással ellenőrizhető.

/ii/ A 9 Tételhez kapcsolódó modell és a bizonyitás menete más kvalitativ tulajdonság vizsgálatában is hasznos lehet.

/iii/ LSI áramköröknél a részekre bontást célszerü a természetes funkcionális elemek vagy elemrészek szerint végezni. A funkcionális egységeken belül is sok olyan kapu van, amelyeknél az összekapcsolt részek nem terhelik egymást. Ezt a részekre bontást nem csak a kvalitativ tulajdonságok ellenőrzésénél célszerü elvégezni, hanem a kvantitativ analizis esetén is, hiszen nyilvánvalóan, többezer tranzisztorból álló részeket tervezni sem lehet ugy, hogy egy dinamikusan / és nem logikai szinten!/ összefüggő egészként kezeljük.

Az LSI ill.VLSI áramkörök fejlődése mindinkább felveti azt a kérdést, hogy mik a müködés elvi korlátai [MC 80, Chapter 9]. E vizsgálatok elsősorban a méretek és sebességek adott technológiai struktura melletti korlátaira vonatkoznak. A nemlineáris hálózatok kvalitative elméletével szemben is felvethetők, azonban olyan uj tipusu kérdések, melyek ugyanehhez a gondolatkörhöz kapcsolódnak. Két uj problémát látunk fontosnak. Adott, vagy változó topológia mellett

- adott teljesitmény felvétel esetén minimális kapcsolási idejü alapáramkörök tervezése, a kapcsolási idő elvi minimumának, illetve adott kapcsolási idő esetén a felvett teljesitmény elvi minimumának meghatározása és

- adott kapcsolási idő esetén a minimális tárolt energia elvi minimumának meghatározása.

Ezeken tulmenően az eszközök modellezésében a bonyolultabb effektusok figyelembevétele és a modellezés elvi korlátai [CH80b] jelentenek a kvalitativ elmélet számára uj, elsősorban az integrált áramköri gyakorlathoz kapcsolódó kérdéseket.

5.2.2 Egyéb alkalmazások

A nemlineáris hálózatok kvalitativ elméletének tipikus erősáramu alkalmazási területe a nagyteljesitményü félvezető eszközök vizsgálata, valamint villamos gépek és erőmüvek tranziens folyamatainak analizise. Természetesen a modellezés fázisában más eszközök hálózati vagy szabályozási rendszer modelljét kell meghatározni. A helyes modellek ismeretében azonban a dolgozatban tárgyalt apparátus lényegében változatlan módon alkalmazható a kvalitativ problémák vizsgálatára.

Külön figyelmet érdemelnek a nem müszaki és fizikai alkalmazások. A 2 fejezetben példaként foglakoztunk gazdasági rendszerek Leontief modelljével, most két másik jellemző példával szeretnénk motiválni sejtésünket, mely a következő:

- a nem müszaki, fizikai rendszerek esetén is van a rendszernek "a nem fizikai természetnek" olyan belső korlátja, sajátossága, amelyre épitve a rendszer kvalitativ tulajdonságai meghatározhatók, ill. a realizálhatósági és a modellezés korlátaira vonatkozó feltételek meghatározhatók,
- e belső korlátok megadják azt a természetes függvényosztályt, amellyel e rendszerek épitőelei jól modellezhetők.

5-1 Példa /[AA73] szerint /

Vizsgáljuk egy szolgáltatás, a telefon szolgáltatás elterjedésének folyamatát.

Legyen h egy adott népesség személyeinek száma, ebből x-nek van telefonszolgáltatása. Egy dt időintervallum alatt $\dot{x}dt$ uj előfizető jut telefon szolgáltatáshoz. Feltesszük, hogy senki sem mondja le a szolgáltatást. Legyen p_x a telefonszolgáltatás előfizetői dija, y egy személy jövedelme, $\Psi(y)$ pedig a folytonos, szigoruan növekedő kummulativ jövedelem eloszlás függvénye a szóbanforgó népességnek, amely azt fejezi ki, hogy a népesség mely hányadának a jövedelme van y alatt. Példánk alapfeltevései a következők:

(α) h, Ψ , p_x időben állandó

(β) amennyiben $z(t)$ az a jövedelmi szint, amely fölött a személyek a telefonszolgáltatást igénybe veszik, akkor – ha feltételünk szerint a szolgáltatás igénybevétele a jövedelemszinttől függ –

$$x(t) = h\left(1 - \Psi(z)\right)$$

(γ) a személyek preferenciáját a szolgáltatás szempontjából az $U(c, \delta x)$ hasznossági függvénnyel jellemezzük, ahol c a fogyasztási cikkek fogyasztása, $\delta = 0,1$ attól függően, hogy nincs ill. van telefonszolgáltatási hozzáférése és az U függvény folytonos és szigoruan növekedő C-ben és δx-ben,

(δ) a személyek mindig maximalizálják hasznossági függvényüket pénzügyi lehetőségeiken belül, azaz

$$\max_{c(t+1),\delta} U\left[c(t+1), \delta x(t)\right] \qquad /5\text{-}12/$$

a $c(t+1) + \delta p_x = y(t+1)$ pénzügyi lehetőségnek alávetve, /a fogyasztási cikkek árát egységnyinek vettük/ és

(ε) Végül feltesszük, hogy valamely külső hatás miatt kezdetben volt egy növekedés, azaz $x(1) > x(o)$.

Tanulságos, hogy a fenti feltevések következménye az $x(t)$ növekedő volta /anélkül, hogy bármi egyebet feltételeznénk/.

A megfelelő függvényeket /modelleket/ meghatározva a szolgáltatás elterjedésének dinamikus rendszermodellje meghatározható, konkrétan, ha

$$\psi(y) = e^{-b/y}, \ b > 0; \ U(c, \delta x) = U_1(c) + U_2(\delta x) \qquad /5\text{-}13/$$

ahol

$$U_1'(c) = (h/p_x)\left(1 - e^{-b/c}\right)$$

$$U_2(\delta x) = \delta\left[(1+ah)\,x - ax^2\right], \ a > 0, \ a < \frac{1}{h}$$

akkor megmutatható, hogy

$$\dot{x} = a(h-x)x \ ; \ x(t) = \frac{h}{1 + \frac{h + x(0)}{x(0)}\, e^{-hat}} \qquad /5\text{-}14/$$

<u>5-2 Példa/</u> [SA74c] szerint /

Vizsgáljuk egy, közösség vagy csoport /a továbbiakban csoport/ viselkedését. A csoportot a külvilággal, ill. más csoporttal /csoportokkal/ való interakciójában három állapotváltozóval jellemezzük /a modell Homan alapvető csoport viselkedéstani megállapitására épül az idézett referencia alapján/. Az állapotváltozók /skalár mennyiségek/: $F(t)$, a barátságosság szintje /friendliness/,

$A(t)$, a csoport aktivitásának szintje
$I(t)$, az interakció szintje.

A környezet által megkivánt /kirótt/ aktivitás mértéke $E(t)$. A csoport normális viselkedését szavakban leiró törvényeket az alábbi állapottérmodellel jellemezhetjük:

$$\frac{dF}{dt} = g(I,F) \qquad /5\text{-}15/$$

$$\frac{dA}{dt} = \Psi(A,F,E) \qquad /5\text{-}16/$$

$$\frac{dI}{dt} = h(A,F,I) \qquad /5\text{-}17/$$

és a szavakban leirt törvények szerint:

$\partial g/\partial I > 0$, $\partial g/\partial F < 0$, $\partial \Psi/\partial A < 0$, $\partial \Psi/\partial F > 0$,

$\partial \Psi/\partial E > 0$, $\partial h/\partial I < 0$, $\partial h/\partial A > 0$, $\partial h/\partial F > 0$,

azaz

$$\dot{\underset{\sim}{x}} = \underset{\sim}{f}\left(\underset{\sim}{x},\ u(t)\right) \qquad /5\text{-}18/$$

ahol $\underset{\sim}{x} = [F,\ A,\ I]^T$, $J \triangleq \partial f/\partial x$ mellékátlósan izoton, diagonálisan antiton.

A modell k csoport esetén egy 3k dimenziós állapottérrel jellemezhető.

A modellben a változóknak akkor van realitásuk, ha $\underset{\sim}{x} \in R_+^3$ /ill. R_+^{3k} / azaz a változók nemnegativak. A fentiek alapján - többek között - megállapitható [SA 74c], hogy a modell

- realizálható abban az értelemben, hogy minden $\underset{\sim}{x}(0) \in R_+^3$-hoz $\underset{\sim}{x}(t) \in R_+^3$, ha $\underset{\sim}{f} \in C^1$, $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{0},\ t) \geq 0$ $\forall t \geq 0$-ra, valamint J és $\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{0},t)$ korlátos $R_+^3 \times R_+^1$ -on;

- ha a modell egy adott $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{y}$ értéknél lokálisan stabil, akkor ebből a helyzetből való kimozditása esetén legalább egy pozitiv értékü változó csökkenni fog.

Ezenkivül egy sor konkrét, hasznos állitás adható még meg.

E példák még arra is illusztrációk, hogy nemlineáris rendszerek kvalitativ viselkedésére még olyan esetben is nyerhetők konkrét, erős állitások, amikor részben vagy egészben a rendszer csak szavakban megfogalmazott, tehát kvalitativ tulajdonságaival adott; a folytonos verbális dinamikus rendszerek kvalitativ elmélete e kutatások érdekes uj fejezete lehet.

Fontos, nyitott kérdésnek látszik ezekben az alkalmazásokban annak eldöntése, hogy mi az a minimálisan szükséges kvalitativ információ, amely az adott kvalitativ karakterisztika tulajdonságok mellett még konkrét és ellenőrizhető hasznos állitásokhoz vezet.

A nemlineáris rendszerek kvalitativ elméletének egy másik tipusu kérdésfeltevését kapjuk, ha azt vizsgáljuk, hogy a gerjesztések $(\underset{\sim}{u})$ /vagy külső paraméterek/ függvényében hogyan változnak a kvalitativ tulajdonságok. Ez elvezethet a diagnosztika uj szemléletéhez és eredményeihez is, épitve a megfigyelhetőség és szabályozhatóság ismert elméletére, valamint a már idézett katasztrófa elméletre.

6 ÖSSZEFOGLALÁS

6 ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozatban áttekintettük a nemlineáris hálózatok és rendszerek kvalitativ elméletének főbb eredményeit /2 fejezet/. Erre épitve részletesen kifejtettük azokat az uj tudományos eredményeket, melyek a bevezetésben vázolt alapkérdésekre adott válaszok.

1 Megmutattuk, hogy a nemlineáris hálózatok és rendszerek egy széles, gyakorlatban fontos osztálya esetén az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóság kulcsfeltétele egyes karakterisztikák lokálisan passziv volta /1 Tétel, 2. Tétel/ és megadtuk az épitőelem karakterisztikákon és az összekapcsolási mátrixokon ellenőrizhető feltételeket /3 Tétel, 4 Tétel/. E kérdéskört a 3 Fejezet tárgyalja.

A kvalitativ és kvantitaiv vizsgálatok kapcsolatát elemezve a 4. Fejezetben két kérdéskört vizsgáltunk részletesebben.

2 Egyrészt, miután megadtuk az implicit integráló formula egyértelmü megoldhatóságának a részhálózatokon ellenőrizhető általános feltételeit /5 Tétel/, meghatároztuk a gyakorlati számitások szempontjából a "Korrekt kitüzésü hálózat /rendszer/ analizis feladat" tulajdonságait és azokat a feltételeket - a modellezés korlátait - amelyek mellett korrekt kitüzésü feladatra jutunk /6 Tétel/. A cél azon közös gyökerek megtalálása volt, amelyekből következnek a kvalitative helyes eredményt biztositó"jó" tulajdonságok.

3 Másrészt, miután sikerült megtalálni azt az n-kapu osztályt, mely hidat jelent a lokálisan passziv és globálisan passziv rezisztiv n-kapuk között /ezt neveztük mellkátlósan lokálisan aktiv /passziv n -kapunak/ megadtuk a komplett stabilitás feltételeit egy széles hálózatosztályra /8 Tétel/ és nemlineáris hálózatanalizis-

ben fontos számitási eljárások konvergenciájának feltételeit határoztuk meg /7 Tétel/.

Az előző eredmények ismertetésénél többször kitértünk részletesen is az alkalmazásokra. Az 5. Fejezetben kizárólag olyan kérdéseket vizsgáltunk, ahol a gyakorlati alkalmazás az egyetlen motiváló tényező.

4 Megadtuk - uj algoritmizálható fázisként - hogy az elektronikai TGE rendszerekben a kvalitativ elmélet hogyan kapcsolja össze a modellezés és analizis fázisokat és meghatároztuk ezen uj fázis, a kvalitativ teszt, algoritmusait bipoláris és MOS tranzisztorokkal felépitett félvezető áramkörökre, az AUTER rendszer analizis programjaihoz /Állitás/.

Végül - LSI áramkörök leirásának hierarchikus módszereit elemezve meghatároztuk az egyértelmü időtartománybeli megoldhatóság feltételeit /9 Tétel/,

- elemeztük LSI áramkörök kvalitativ elméletének néhány uj problémáját és
- az egyéb alkalmazások kapcsán felvázoltuk a verbális folytonos dinamikus rendszerek kérdésfeltevéseit és néhány eredményét.

A sorszámmal jelölt eredménycsoportokról ugy gondoljuk, hogy azok uj tudományos eredmények.

Irodalom

[AA73] R.Artle and C.Averous "The telephone system as a public good: static and dynamic aspects" Bell Journal of Economics and Management Science,Vol.4,pp.89-100 /1973/

[AB80] Abos I."Rétegtechnológiával előállitott nagybonyolultságú elektronikus áramkörök gépi tervezésének elmélete." Kandidátusi értekezés, MTA, Budapest, 1980.

[AD80] P.Adorján"The application of the generalized arc-lengths as nem variables in DC- and transient analysis of non-linear networks" Report IT-48, Inst.Circuit Theory and Telecommunication, May 1980. /Techn.Univ.of Denmark, Lyngby/

[AU76] AUTER rendszer általános leirás /angolul és oroszul/ TKI-VTRT, Budapest, 1976.

[AU79a] AUTER rendszer:"Programrendszer integrált áramkörök tervezésére" TKI-I-79-942-10 sz.tanulmány, Budapest,1979.

[AU79b] AUTER rendszer: "ANAL-18 program felhasználó dokumentációja." TKI, Budapest,1979.

[AU79c] AUTER rendszer:"ANAL-20 program felhasználói dokumentációja", TKI, Budapest, 1979.

[AU80] AUTER rendszer: "AUTER-MPC: nyomtatott áramkörök tervezése és gyártásdokumentáció késztitése - kisszámitógépes rendszer. Összefoglaló rendszerleirás". Budapest, 1980. /KFAT dokumentáció/

[BA75] Baranyi A. "Nemlineáris torzitás problémái: analizis és korrektor szintézis" kandidátusi értekezés, MTA, Budapest,1975.

[BK80] Bálint L., Koltay M., Radványi A., Roska T., Somogyi A., Trutz S., Ugray L., Veszely Gy. és Zombori L."A technológiai folyamat és az elektromos modellek kapcsolata az LSI KFT technológiában . II.fázis." TKI-I-80-941-1 sz. tanulmány, Budapest, 1980.

[BR80] L.Bálint and A.Radványi "A bottom-up modeling and topdown analysis method for large-scale circuits" Proc.ICCC80 pp.345-348 /1980/

[CA71] L.O.Chua and G.R.Alexander "The effect of parasitic reactances on nonlinear networks" IEEE Trans.Circuit Theory, CT-18, pp.520-532 /1971/

[CC76] F.M.Callier, W.S.Chan and C.A.Desoer "Input-output stability theory of interconnected systems using decomposition techniques" IEEE Trans.Circuits and Systems, CAS-23, pp.714-729 /1976/

[CG76a] L.O.Chua and D.N.Green "Graph theoretic properties of dynamic nonlinear networks" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-23, pp.292-312 /1976/

[CG76b] L.O.Chua and D.N.Green "A qualitative analysis of the behaviour of dynamic nonlinear networks: Stability of autonomous networks" ibid., CAS-23, pp.355-379 /1976/

[CG76c] L.O.Chua and D.N.Green "A qualitative analysis of the behaviour of dynamic nonlinear networks: steady-state solutions of nonautonomous networks" ibid., CAS-23, pp.530-550 /1976/

[CH64] L.O.Chua, Nonlinear network theory, New York: Mc.Graw-Hill Book co., 1969

[CH78] L.O.Chua "Nonlinear circuit theory" Proc.ECCTD'78, Volume II. /Guest lectures/, pp.65-172 /1978/

[CH80a] L.O.Chua "Dynamic nonlinear networks: state-of-the art" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-27, /1980 Nov./

[CH80b] L.O.Chua "Device modeling via basic nonlinear circuit elements" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-27 /1980.Nov./

[CK74] A.Csurgay, Z.Kovács and A.Recski "On the transient analysis of lumped-distributed nonlinear networks" V-th Coll.Microwave Comm. Budapest, 1974 /Preprint/

[CK76] M.J.Chien and E.S.Kuh "Solving piecewise-linear equations for resisitive networks" Int.J.Circuit Theory and Applications, Vol.4., pp.3-24 /1976/

[CL72] L.O.Chua and Y.F.Lam "Global homeomorphism of vector valued functions" Journal of Math. Analysis and Applications, Vol.39, pp.600-624 /1972/

[CL75] L.O.Chua and P.M.Lin "Computer aided analysis of electronic circuits: algorithms and computational techniques" Englewood Cliff, N.J.: Prentice Hall, 1975.

[CM79] L.O.Chua, T.Matsumoto and S.Ichiraku "Geometric properities of resistive nonlinear n-port: transversality, stru ctural stability, reciprocity and anti reciprocity" ISCAS'79 /Tokyo/, IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol. CAS-27, pp.577-603 /1980/

[CS70] A.Csurgay "Multivariable realizability criteria" Proc. IV-th Coll.Microwave Comm.Vol.CT Budapest: Akadémiai Kiadó, 1970.

[CS71] Csurgay Á. "A lineáris elosztott paraméterü hálózatok elméletének néhány problémája" Doktori értekezés MTA, Budapest 1971.

[CS73] A.Csurgay "Transient analysis of lumped-distributed networks: state space approach" Annual of TKI, Budapest, 1973, pp.161-168

[CS75] Csurgay Á. "Számitógépek az elektronika alkatrészeinek és áramköreinek kutatásában" TKI Jubileumi Évkönyv, 1975. II.47-78 old. Budapest, 1977.

[CS77] Csurgay Á. et.al "Számitógépek az elektronikus áramkörök tervezésében és ellenőrzésében". A CF-22 célfeladat tervtanulmánya az 1976-80-as évekre, második javitott kiadás, Budapest, 1977. /OMFB gondozásában/

[CS79] Csurgay Á. "Az elektronika elméleti alapjai" előadások az "Elektronika-Informatika 1979" előadássorozat keretében /1979/

[CW75] L.O.Chua and N.N.Wang "An approach to overcome the overflow problem in computer aided analysis of nonlinear resistive circuits" Int.J.Circuit Theory and Applications, Vol.3, pp.261-284 /1975/

[CW77] L.O.Chua and N.N.Wang "On the application of degree theory to the analysis of resistive nonlinear networks" Int.J.Circuit Theory and Applications, Vol. 5.pp.35-68 /1977/

[CY67] A.Csurgay and D.C.Youla "On the postulational approach to active networks" Memo.PIB MRI-1384-67 Polytechnic Institute of Brooklyn, Dept. of Electrophysics /1967/

[DU47] R.J.Duffin "Nonlinear networks. II.a." Bull.Amer.Math.Soc., Vol.53, pp.963-971 /1947/

[DV75] C.A.Desoer and M.Vidyasagar, Feedback systems: input-output properties, New York: Academic Press, 1975

[DV74] C.A.Desoer and F.F.Wu "Nonlinear monotone networks" SIAM J.Appl. Math., Vol.26. pp.313-333 /1974/

[FA76] Farkas M."Folyamatok kvalitativ vizsgáltáról" Alkalmazott Matematikai Lapok, 2. évf., pp.237-257 /1976/

[FK72] T.Fujitsawa, E.S.Kuh and T.Ohtsuki "A sparse matrix method for analysis of piecewise-linear resisitive networks" IEEE Trans.Circuit Theory, CT-19, pp.571-584 /1972/

[HA64] P.Hartmann, Ordinary differential equations, New York: Wil ey, 1964

[IK73] M.Ikeda and S.Kodama "Large-scale dynamical systems: state-equations, Lipschitz conditions and linearization" IEEE Trans.Circuit Theory, CT-20, pp.193-202 /1973/

[JL73] F.S.Jenkins, E.R.Lane, W.W.Lattin and W.S.Richardson "MOS device modeling for computer implementation" IEEE Trans.Circuit Theory, CT-20, pp.649-658, /1973/

[KA63] R.Kalman "Mathematical description of linear dynamical systems" SIAM J.Control, Vol.1, pp.152-192 /1963/

[KA65] J.Katzenelson "An algorithm for solving nonlinear resistive networks" B.S.T.J., Vol.44, pp.1605-1620 /1965/

[KK72] Kovács Zs. és Kovács Zs.-né "Stiff differenciál egyenletrendszer és differenciál-algebrai egyenletrendszer megoldása" TKI-I-72-34-1.sz.tanulmány, Budapest /1972/

[KK79] Kovácsné Csatai G. és Kovács Zs. "Közönséges differenciál-egyenletrendszer diszkretizálása - áttekintés" Intézeti Tanulmány, TKI, 1979.

[KL79] Klimó J. "Koncentrált paraméterü, bipoláris tranzisztor-dióda hálózatok aszimptotikus stabilitásának vizsgálata" TKI-I-79-944-3 sz. tanulmány, Budapest /1979/

[KL80] Klimó J."Tranzisztor-diódás hálózatok DC megoldhatóságának néhány ujabb feltétele" TKI-I-80-944-2 sz. tanulmány, Budapest /1980/

[MA76] T.Matsumoto "On a class of nonlinear networks" Int.J.Circuit Theory and Applications, Vol.4, pp.55-73 /1976/

[MC77] T.Matsumoto, L.O.Chua and A.Makino "On the implications of capacitor only cut sets and inductor only loops in nonlinear networks" Electronics Research Laboratory, Coll. of Eng., University of California, Berkeley Memo.No.UCB/ERL M 77/64 /1977/

[MC79] A.I.Mees and L.O.Chua "The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems" IEEE Trans.Circuits and Systems, CAS-26, pp.235-254 /1979/

[MC80a] T.Matsumoto, L.O.Chua, H.Kawakami and S.Ichiraku "Geometric properties of dynamic nonlinear networks: transversality,well-posedness and eventual passivity" Proc.ISCAS'80, pp.281-284 /1980/

[MC80b] C.Mead and L.Conway, Introduction to VLSI systems, Reading, Ma, :Addison-Wesley Publ. Co., 1980.

[MK78] H.Maeda, S.Kodama and Y.Ohta "Asymptotic behaviour of nonlinear compartmental systems: non-oscillation and stability" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-25, pp.372-378 /1978/

[MV80] P.J.Moylan, A.Vanelli and M.Vidyasagar "On the stability and well posedness of interconnected non-linear dynamical systems" Proc. ISCAS'80, pp.285-289 /1980/

[NW78] R.O.Nielsen and A.N.Willson, Jr. "Feedback structures and the topology of transistor circuits with multiple equilibria" Proc. ISCAS 78, pp.504-509 /1978/

[OF77] T.Ohtsuki, T.Fujisawa and S.Kumagai "Existence theorems and a solution algorithm for piecewise-linear resistor networks" SIAM J.Math.Anal., Vol.8,pp.69-99 /1977/

[OH79] Y.Ohta "Stability criteria for off-diagonally monoton nonlinear dynamical Systems" Proc.ISCAS'79, pp.404-407 /1979/

[OR70] J.M.Ortega and W.C.Reinboldt, Iterative solution of nonlinear equations in several variables, New York, London: Academic Press, /1970/

[PE80] A.I.Petrenko "SPARS - A general purpose designing circuit program" Proc.ECCTD'80, Vol.2,pp.384-389. /1980/

[RA75] Roska T., Adorján P., Bálint L., Fogaras A., Grill M., Radványi A. "Áramkörök tervezését segitő szimulációs programok és algoritmusaik" TKI Jubileumi Évkönyv 1975, II.kötet 365-396 oldalak, Budapest /1977/

[RA78] A.Radványi "An efficient algorithm for DC and transient analysis of MOS LSI integrated circuits" Proc.VI-th Coll.Micr.Comm.Vol.I pp.II-1/3.1-3.5 /1978/

[RA80] Radványi A. "Nagybonyolultságu áramkörök analizise elemi összevonások segitségével" Kandidátusi értekezés, MTA Budapest,1980.

[RE79] A.Recski "Unique solvability and order of complexity of linear networks containing memoryless n-ports" Int.J.Circuit Theory and Applications, Vol.7, pp. 31-42 /1979/

[RK73] T.Roska and J.Klimo "On the solvability of DC equations and the implicit integration formula" Int.J.of Circuit Theory and Applications, Vol.1, pp.273-280 /1973/

[RN80] R.Rohrer and H.Nosrati "Passivity and stability of single step integration algorithms" Proc.ISCAS'80, pp.894-896 /1980/

[RO71] T.Roska "On the solvability of nonlinear transistor-diode networks having negative slope in the memoryless characteristics" IEEE Int.Symp.El.Netw.Theory, London 1971, Digest of Techn.Papers pp.96-97 /1971/

[RO73] Roska T."Koncentrált paraméterü hálózatok néhány problémájáról" Kandidátus értekezés, MTA,Budapest, /1973/

[RO74] T.Roska "On the uniqueness of the time domain solution of nonlinear dynamic networks and systems" Electronics Research Laboratory, Coll.of Eng., University of California, Berkeley, Memo. ERL-M458 /1974/

[RO75] T.Roska "On the unique solution of a class of non-Lipschitz dynamical systems and networks" Int.Conf. of Nonlinear Oscillations /ICNO/ Berlin, 1975, Preprint.

[RO76] T.Roska "On the role of passivity ensuring the uniqueness of nonlinear networks" Proc.ECCTD. 76, Vol. I, pp.303-310 /1976/

[RO78] T.Roska "On the uniqueness of solutions of non-linear dynamic networks and systems" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-25, pp.161-169 /1978/

[RO79a] T.Roska "The limits of modeling of nonlinear circuits" ISCAS'79, Tokyo, Preprint, IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-28, /March 1981/

[RO79b] Roska T. "Nemlineáris strukturák kvalitativ elmélete" előadás, "Elektronika-Informatika 79" szemináriumsorozat, vezetett Csurgay Á., Preprint 1979, TKI közlemények, XXV. évf.3.szám /1980/ 123-161 oldalak.

[RO80a] Roska T. "SzEAT elektronikai AMT /AT-3/ tervek teljesitése az V. ötéves tervben" MTA SzÁTI 1980. junius.

[RO80b] T.Roska "A possibility of filling the gap between local and global passivity of nonlinear networks and some of its consequence" Preprint 1980 /publikálás alatt, Int.J.Circuit Theory and Applications/

[RO80c] Roska T. "A hálózati modellek korlátai, a kvalitativ és kvantitativ analizis kapcsolata" 4. fejezet [BK80]-ban.

[SA64] I.W.Sandberg "On the L_2 boundedness of solutions of nonlinear functional equations" B.S.T.J., Vol.43, pp.1581-1599 /1964/

[SA65a] I.W.Sandberg "Conditions for the causality of non-linear operators defined on a function space" Quaterly of Applied Mathematics, Vol.XXIII, pp. 87-91, /1965/

[SA65b] I.W.Sandberg "Some results on the theory of physical systems governed by nonlinear functional equations" B.S.T.J., Vol.44, pp.871-898, /1965/

[SA70] I.W.Sandberg "Theorems of the analysis of nonlinear transistor networks" B.S.T.J., Vol.49.pp.95-114. /1970/

[SA71] I.W.Sandberg "Necessary and sufficient conditions for the global invertibility of certain nonlinear operators that arise in the analysis of networks" IEEE Trans. Circuit Theory, CT-18, pp.260-263./1971/

[SA72] I.W.Sandberg "Conditions of a global inverse of semiconductor-device nonlinear network operators" IEEE Trans.Circuit Theory, CT-19,pp.34-36 /1972/

[SA74a] I.W.Sandberg "A global non-linear extension of the Le Chatelier-Samuelson principle for linear Leontief models" Journal of Economic Theory, Vol.8,pp.40-52 /1974/

[SA74b] I.W.Sandberg "Some comparative-statics results for nonlinear input-output modells of a multisectored economy, and related results for nonlinear price-demand relations" ibid, Vol.8.pp.248-258 /1974/

[SA74c] I.W.Sandberg "On the mathematical theory of inter-action in social groupe"IEEE Trans.Systems, Man and Cybernetics, SMC-4, pp.432-445 /1974/

[SA77] I.W.Sandberg "A criterion for the global stability of a price adjustment process" Modelling and Simu-lation, Vol.8, pp.1055-1057 /1977/

[SA78a] I.W.Sandberg "On the mathematical foundations of comparmental analysis in biology, medicine and ecology" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-25. pp.273-278 /1978/

[SA78b] I.W.Sandberg "A criterion for the global stability of a price adjustment process" Journal of Economic Theory, Vol. 19, pp.192-199 /1978/

[SA79] I.W.Sandberg "On the mathematical foundations of nonlinear input-output modells of multi-sectored economies" Int.J.Policy Analysis and Information Systems, Vol.2., pp.31-43 /1979/

[SA80] I.W.Sandberg "Global inverse function theorems" Proc. ISCAS'80, pp,535-536, 1980, IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-27, /Nov.1980/

[SO80] Somogyi A. "A számitógépes áramköranalizisben alkalmazott MOS tranzisztor modellek értékelése" Kézirat 1980 /Előadás az 1980 évi Popov Konferencián, publikálás alatt a TKI Közleményekben/.

[SW69] I.W.Sandberg and A.N.Willson "Some theorems on properties of DC equations of nonlinear networks" B.S.T.J., Vol.48, pp.1-34 /1969/

[SW72] I.W.Sandberg and A.N.Willson "Existence and uniqueness of solutions for the equations of nonlinear DC networks" SIAM J.Appl.Math.Vol.22, pp.173-186 /1972/

[TA80] A.Tadeusiewicz "On the solvability and computation of D.C.transistor networks" Proc.ECCTD 80, Vol.1, pp. 382-387 /1980/

[TH75] R.Thom, Structural stability and morphogenesis, Reading, MA: W.A. Benjamin, Inc., 1975.

[VI77] M.Vidyasagar "L_2-stability of interconnected systems using a reformulation of the passivity theorem" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-24, pp.637-645 /1977/

[WC80] J.L.Wyatt, L.O.Chua, J.Ganett, I.C.Göknar and D.N. Green"On the concepts of losslessness and passivity in nonlinear network theory" Proc.ISCAS'80, pp.854-855 /1980/

[WI72] J.C.Willems "Dissipative dynamical systems - Part I. General theory" Arch.Ration.Mech.Anal., Vol.45., pp.321-351 /1972/

[WI73] A.N.Willson, Jr."Some aspects of the theory of non-linear networks" Proc. IEEE, Vol.61, pp.1092-1113 /1973/

[WU74] F.F.Wu "Existence of an operating point for a non-linear circuit using the degree of mapping" IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-21, pp.671-677 /1974/

[YC59] D.C.Youla, L.J.Castriota and H.J.Carlin "Bounded real scattering matrices and the foundations of linear passive network theory" IRE Trans.Circuit Theory, CT-6, pp.102-124. /1959/

[ZA66] G.Zames "On the input-output stability of nonlinear time-varying feedback systems, Part I and II" IEEE Trans.Automat.Control, AC-11, pp.228-238 and pp.465-476 /1966/

[ZB77] G.W.Zobrist and J.C.Bowers "A survey of computer aided design and analysis programs" Proc.CAD of Electronic and Microwave Circuits and Systems, pp.140-145 /1977/ és referenciái.

KÖSZÖNETNYILVÁNITÁS

Mindenekelőtt hálásan köszönöm Dr.Csurgay Árpádnák áldozatkész, érdemi, állandó segitségét, tanácsait, több mint egy évtizedes kutatási irányitó munkáját, a tőle tanultak és eredményei meghatározóak és felbecsülhetetlen értéküek voltak munkám egészében és a jelen dolgozatban is.

Köszönöm Dr.Váradi Imre vezérigazgatónak munkám és a témakör támogatását és biztatását. Munkám során sokat segitettek azok a szakmai beszélgetések, melyeket Adorján Péterrel, Dr.Klimó Jánossal, Radványi Andrással és sok más munkatársammal, illetve az LSI KFT tervezési munkacsoportjának tagjaival folytathattam. Jelentősek voltak számomra Dr.Leon O.Chua professzor és Dr.Irwin W. Sandberg eredményei és a velük folytatott szakmai konzultációk.